

# Cvičení k přednášce Geometrie 1

Zadání

Cvičení 3, verze ze dne 7. října 2024

## 3 Rovinné křivky

Cíle cvičení a DU:

- Naučit se různým způsobem parametrizovat rovinné křivky.
- Za domácí úkol je úloha 3.5. Odevzdejte prosím nejpozději do začátku pátého cvičení.

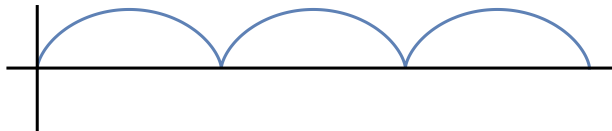
Příklady:

**Úloha 3.1.** V rovině mějme body  $A = [2, 3]$ ,  $B = [-2, -1]$ .

1. Nalezněte regulární parametrizaci  $\mathbf{c}(t)$  úsečky  $AB$  tak, aby  $A = \mathbf{c}(0)$  a  $B = \mathbf{c}(1)$ .
2. Nalezněte parametrizaci této úsečky obloukem (tedy  $\|\mathbf{c}'(t)\| = 1$ ) takovou, že  $A = \mathbf{c}(5)$ .
3. Nalezněte regulární parametrizaci této úsečky takovou, aby  $A = \mathbf{c}(0)$  a  $B = \mathbf{c}(1)$  a  $\mathbf{c}(\frac{1}{3})$  byl její střed.
4. Nalezněte nějakou parametrizaci  $AB$  na, která bude hladká, prostá, ale v některém bodě nebude regulární ( $\mathbf{c}'(t) = (0, 0)$  pro nějaké  $t$ .)

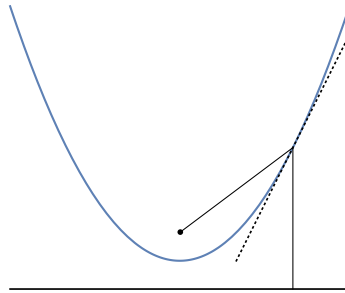
**Úloha 3.2.** Parametrizujte elipsu  $\frac{x^2}{4} + y^2 - 1 = 0$ . Otočte ji o  $\pi/4$  okolo bodu  $[-2, 0]$  (najděte implicitní i parametrické vyjádření).

**Úloha 3.3. Cykloida.** Uvažujme kolo o poloměru  $a$ , které se valí konstantní rychlostí  $v$  po ose  $x$  doprava. Parametricky popište trajektorii bodu na kole, který v čase  $t = 0$  nacházel v bodě  $(0, 0)$ . Vypočtete znaménkovou křivost.



**Úloha 3.4. Kissoida.** Uvažujme kružnici  $k$  o poloměru  $r$  a nějakou její tečnu  $p$ . Označme jako  $S$  bod dotyku přímky  $p$  s kružnicí  $k$  a necht' bod  $A$  leží na kružnici  $k$  naproti bodu  $S$ . Pro polopřímku  $q$ , která vychází z bodu  $A$  a která se protíná s přímkou  $p$ , označme jako  $R$  bod průniku  $p$  a  $q$ , jako  $Q$  bod průniku  $k$  a  $q$ . Označme jako  $P$  bod na  $q$ , který splňuje  $|A - P| = |Q - R|$ . Najděte rovnici, která určuje množinu všech takových bodů  $P$ , a najděte parametrický popis této množiny (křivky).

**Úloha 3.5.** Uvažujme parabolu  $[t, t^2]$ , bod  $F = [0, a]$  a přímku  $p : y = -a$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .



Určete  $a$  tak, aby měl každý bod paraboly stejnou vzdálenost od bodu  $F$  (ohniska) a přímky  $p$  (řídící přímky) a ukažte, že tečna k parabole pólí úhel příslušných průvodičů. Parametrizujte množinu bodů, které jsou obrazem ohniska v osově souměrnosti podle všech normálových přímek paraboly.

**Úloha 3.6. \*\* Tractrix** je křivka, kterou kopíruje předmět tažený na provázku. Ve výchozí situaci se předmět nachází v bodě  $[1, 0]$  a člověk v počátku, tj. v bodě  $[0, 0]$ . Člověk se pohybuje konstantní rychlostí podél osy  $y$  a táhne předmět na provázku délky 1. Najděte nějakou parametrizaci tractrix.