

Diferenciální geometrie – požadavky ke zkoušce (ZS 2019/20)

1. Křivky v rovině a v prostoru

Parametrizovaná křivka (definice, příklady). Regulární křivky, tečna, normála, odchylka křivek, délka křivky. Archimédova spirála (definice a parametrizace), logaritmická spirála (parametrizace). Ekvivalence křivek. Parametrizace obloukem, existence této parametrizace pro regulární křivky (důkaz). Frenetův repér rovinné křivky. Cassiniho ovály (definice, bez parametrizace). Frenetovy vzorce a křivost rovinné křivky, geometrický význam křivosti (všechna tvrzení s důkazy). Nalezení křivky se zadanou křivostí (včetně zdůvodnění správnosti postupu a diskuse o integračních konstantách), Eulerova/Cornuova spirála (definice pomocí křivosti, parametrizace). Frenetův repér a křivost křivky při změně parametrizace (věta s důkazem). Oskulační kružnice, střed křivosti a poloměr křivosti. Střed křivosti jako limita průsečíků normál (důkaz). Evoluta rovinné křivky. Cykloida (definice, parametrizace). Evolventa rovinné křivky, její geometrický význam a vztah k evolutě (všechna tvrzení s důkazy). Řetězovka (definice a parametrizace, bez odvození), traktrix (definice a odvození diferenciální rovnice, rovnici není potřeba umět vyřešit).

Prostorové křivky: obecná křivka, Frenetův repér, hlavní normála, binormála, Frenetovy vzorce, křivost a torze a jejich geometrický význam (všechna tvrzení s důkazy), chování při změně parametrizace (bez důkazu). Existence křivky s předepsanou křivostí a torzí (bez důkazu). Šroubovice (parametrizace). Oskulační rovina, křivost průmětu do oskulační roviny (bez důkazu).

2. Plochy v prostoru

Parametrizovaná plocha, příklady: rotační plochy (parametrizace a příklady), přímkové plochy (parametrizace válcové a kuželové plochy, zobecněné válcové a zobecněné kuželové plochy), válcová plocha kolem křivky (parametrizace). Křivky na ploše. Regulární plochy, tečná rovina, tečný prostor, normála. Ekvivalence ploch, tečná rovina a normála při změně parametrizace (důkaz). První základní forma plochy a její použití (délka křivky na ploše, skalární součin tečných vektorů – vše s důkazy). Zobrazení mezi plochami: izometrie, konformní zobrazení (všechna tvrzení s důkazy). Příklady: izometrie mezi válcovou/kuželovou plochou a částí roviny (včetně odvození), kruhová inverze (odvození předpisu), stereografická projekce (odvození předpisu), Mercatorova projekce (odvození diferenciální rovnice, rovnici není potřeba umět vyřešit). Druhá základní forma plochy, normálové řezy a jejich křivost, Meusnierova věta, normálová křivost (vše s důkazy). Hlavní směry a hlavní křivosti (definice, odvození nutných podmínek pro hlavní křivosti a směry), věta o kolmosti hlavních směrů a Eulerův vzorec (bez důkazu). Gaussova a střední křivost, jejich výpočet pomocí 1. a 2. formy (důkaz). Střední křivost jako průměrná hodnota normálové křivosti (důkaz). Weingartenovy a Gaussovy rovnice (s důkazy), Theorema egregium (bez důkazu). Geodetické křivky, diferenciální rovnice pro geodetiky (odvození), existence a jednoznačnost geodetiky pro předepsaný bod a směr (bez důkazu), příklady geodetik (v rovině, na válci, na sféře), izometrie zachovávají geodetiky (důkaz).

Všechny definice je potřeba umět ilustrovat na příkladech.