

# Matematická analýza V – vzorová písemka

1. Vypočítejte obsah parametrizované plochy

$$f(u, v) = (u, v, u^2 + v^2), \quad (u, v) \in U,$$

kde  $U = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2; u^2 + v^2 \leq 4\}$ .

(4 body)

2. Pomocí dvojného integrálu vypočítejte obsah oblasti

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; py \leq x^2 \leq qy, ax \leq y^2 \leq bx\},$$

kde  $p, q, a, b$  jsou parametry splňující  $0 < p < q, 0 < a < b$ . Nalezněte vhodnou substituci, která množinu  $M$  převede na obdélník.

(4 body)

3. Vypočítejte objem tělesa

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} \leq x^2 + y^2 - z^2\}.$$

(4 body)

4. Najděte těžiště rovinného útvaru, který je vymezen osou  $y$  a grafy funkcí  $y = e^{-x} - \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2} - e^{-x}$ .

(4 body)

K úspěšnému napsání písemky je potřeba získat aspoň 12 bodů.

---

Výsledky vzorové písemky si můžete ověřit na další straně.

Řešené i neřešené úlohy vhodné k přípravě na písemku lze najít např. v následujících textech:

[1] J. Kalas, J. Kuben: *Integrální počet funkcí více proměnných*. Masarykova univerzita, 2009.

[http://is.muni.cz/e1/1431/podzim2011/M3100/IP\\_II.pdf](http://is.muni.cz/e1/1431/podzim2011/M3100/IP_II.pdf)

[2] B. P. Děmidovič: *Sbírka úloh a cvičení z matematické analýzy*. Fragment, 2003.

K dispozici v knihovně MFF UK.

[3] I. Netuka: *Integrální počet. Vícerozměrný Lebesgueův integrál*. MFF UK, 2015.

## Výsledky vzorové písemky

1.  $\frac{\pi}{6}(17^{3/2} - 1)$

2.  $\frac{1}{3}(q - p)(b - a)$

3.  $32\pi \frac{\sqrt{2}}{105}$

4.  $x = (1 - \ln 2 - \frac{1}{2}(\ln 2)^2)/(1 - \ln 2), y = 0$