

## Matematická analýza V – vzorová písemka

1. Vypočítejte integrál

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} bx - \operatorname{arctg} ax}{x} dx,$$

kde  $0 < a < b$  jsou reálné parametry. (Převeďte úlohu na dvourozměrnou integraci.)

(2 body)

2. Vyšetřete konvergenci integrálu

$$\int_0^1 \frac{\cos x}{\sqrt{1 - e^{-x}}} dx.$$

(2 body)

3. Vypočítejte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 nx^{15} \sin \frac{x^2}{n}.$$

(2 body)

4. Dokažte, že platí

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} \sin x dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{2(2n+1)!}.$$

(3 body)

K úspěšnému napsání písemky je potřeba získat aspoň 6 bodů.

---

Výsledky vzorové písemky si můžete ověřit na další straně.

Řešené i neřešené úlohy vhodné k přípravě na písemku lze najít např. v následujících textech:

[1] I. Netuka: *Integrální počet. Vícerozměrný Lebesgueův integrál*. MFF UK, 2015.

[2] B. P. Děmidovič: *Sbírka úloh a cvičení z matematické analýzy*. Fragment, 2003.

K dispozici v knihovně MFF UK.

[3] J. Veselý: *Příklady ke cvičení z Míry a integrálu II 2012/13*.

[http://www.karlin.mff.cuni.cz/~jvesely/ma12-13/MFF/TMAI/MaI\\_prikklady\\_13.pdf](http://www.karlin.mff.cuni.cz/~jvesely/ma12-13/MFF/TMAI/MaI_prikklady_13.pdf)

## Výsledky vzorové písemky

1.  $\frac{\pi}{2}(\ln b - \ln a)$
2. Integrál konverguje.
3.  $1/18$
4. Rozviňte  $\sin x$  do řady, použijte Lebesgueovu větu.