

Matematická analýza VI – požadavky ke zkoušce (LS 2019/20)

1. Fourierovy řady

Trigonometrické polynomy v reálném a komplexním tvaru a jejich vzájemný vztah. Aproximace spojitých funkcí trigonometrickými polynomy (bez důkazu). Trigonometrické řady. Výpočet koeficientů pro stejnoměrně konvergentní trigonometrickou řadu. Fourierovy koeficienty a řady pro funkce v L^1 . Riemannovo-Lebesgueovo lemma. Vlastnosti Dirichletova jádra. Bodová konvergence Fourierovy řady (Dirichletova věta). Ortogonální a ortonormální množina, úplná ortonormální množina, úplný prostor se skalárním součinem. Fourierovy koeficienty vzhledem k ortonormální množině. Věta o nejlepší aproximaci, Besselova nerovnost. Parsevalova rovnost a rozvoj do Fourierovy řady pro úplné ortonormální množiny. Aproximace funkcí v L^p spojitými funkcemi (bez důkazu). Úplnost a Parsevalova rovnost pro komplexní trigonometrický systém.

2. Metrické prostory

Metrické prostory, normované lineární prostory, prostory se skalárním součinem a jejich vzájemný vztah. Základní pojmy v metrických prostorech: otevřená a uzavřená koule, průměr množiny, omezené množiny, vzdálenosti bodů a množin. Otevřené a uzavřené množiny, jejich sjednocení a průniky. Otevřená/uzavřená koule je otevřená/uzavřená množina. Vnitřní, vnější a hraniční body. Vnitřek, hranice a uzávěr množiny, jejich vlastnosti. Izolované a hromadné body, charakterizace uzávěru pomocí hromadných bodů. Limita posloupnosti, Cauchyovská posloupnost. Vztah mezi konvergencí, uzávěrem a hromadnými body. Spojitá zobrazení, nutné a postačující podmínky pro spojitost. Lipschitzovská zobrazení a kontrakce, vzdálenost bodu od množiny je Lipschitzovské zobrazení. Kritérium pro Lipschitzovskost reálné diferencovatelné funkce. Úplné prostory a jejich uzavřené podmnožiny. Cantorova věta, Banachova věta o pevném bodu a její aplikace (výpočet odmocnin, Picardova věta o existenci a jednoznačnosti řešení ODR). Husté a řídké množiny a jejich vzájemný vztah. Ekvivalentní definice řídkých množin, sjednocení řídkých množin.

Není-li uvedeno jinak, jsou všechna tvrzení vyžadována s důkazem. Všechny definice je potřeba umět ilustrovat na příkladech.