

1. PRVNÍ SETKÁNÍ S MATHEMATICOU

Vyhodnocení výrazu se provádí pomocí *Shift+Enter*, případně *Enter* na numerické klávesnici.

Aritmetické operace: + - * / ^

Elementární funkce: Sqrt[x] Log[x] Log[základ,x] Exp[x] Abs[x]

Goniometrické funkce: Sin[x] Cos[x] Tan[x] Cot[x]

Inverzní funkce: ArcSin[x] ArcCos[x] ArcTan[x] ArcCot[x]

Hyperbolické funkce: Cosh[x] Sinh[x] Tanh[x] Coth[x]

Inverzní funkce: ArcSinh[x] ArcCosh[x] ArcTanh[x] ArcCoth[x]

Důležité konstanty: Pi E I

Práce s komplexními čísly: Re[z] Im[z] Conjugate[z]

Převod přesného čísla na desetinné: N[x] N[x,počet platných cifer]

Zaokrouhlování, celá část: Round[x] Floor[x] Ceiling[x]

Kombinatorika: n! Binomial[n,k]

Teorie čísel: Mod[m,n] GCD[n₁,n₂,...] LCM[n₁,n₂,...]

Prvočíselný rozklad: FactorInteger[n]

Test prvočíselnosti: PrimeQ[n]

Seznam funkčních hodnot: Table[f[i],{i,min,max}] Table[f[i],{i,min,max,krok}]

Přehlednější výpis seznamu: TableForm[Table[...]]

Sumy a součiny: Sum[f[i],{i,min,max}] Product[f[i],{i,min,max}]

Sumy i součiny mají také varianty s {i,min,max,krok}.

Přiřazení hodnoty proměnné: proměnná=hodnota

Zrušení přiřazení: Clear[proměnná]

Odkazy na výsledky přechozích výpočtů: % %% %%% atd.

Nápověda: ?identifikátor

Přerušení probíhajícího výpočtu: *Abort Evaluation* v menu *Evaluation* (klávesová zkratka *Alt+.*)

Přerušení výpočtu a ukončení jádra: *Quit Kernel* v menu *Evaluation*

CVIČENÍ

1. Spočítejte π na 100 desetinných míst.
2. Eulerovo číslo e se nejčastěji definuje jako limita posloupnosti $a_n = (1 + 1/n)^n$. Spočítejte hodnotu a_{100} s přesností na 15 míst a porovnejte ji se skutečnou hodnotou e .
3. Spočítejte přibližnou hodnotu $(\sqrt{2} - 3\sqrt[3]{3})^3$.
4. Spočítejte $(2 + 3i)/(3 + 4i)$, zjistěte absolutní hodnotu tohoto komplexního čísla.
5. Pomocí `IntegerLength[n]` lze zjistit počet cifer přirozeného čísla n . Spočítejte $1000!$ a určete, kolik má toto číslo cifer.
6. Sečtěte $2^0 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{20}$.
7. Najděte součty řad $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}$.
8. Funkce `Prime[n]` vrací n -té prvočíslo. Sestavte tabulku prvních padesáti prvočísel.
9. Pro výpočet přibližné hodnoty Eulerova čísla e lze použít řadu $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$.
 - a) Přesvědčte se, že Mathematica zná součet této řady.
 - b) Spočítejte prvních deset částečných součtů této řady s přesností na patnáct míst (použijte `Sum`, `Table` a `TableForm`). Na kolik desetinných míst se poslední výsledek shoduje se skutečnou hodnotou e ?

10. Nekonečný součin

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{2n \cdot 2n}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \dots$$

je znám pod názvem Wallisův součin (podle Johna Wallise, který jej objevil roku 1655).

- a) Jaká je hodnota Wallisova součinu?
- b) Odpověď na předchozí otázku naznačuje, že Wallisův součin by se dal použít pro výpočet přibližné hodnoty π . Zkuste počítat částečné součiny a získejte tak představu o rychlosti konvergence.

11. Sestavte tabulku hodnot $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^k}$ pro $k = 2, 4, 6, \dots, 20$.
12. Pierre de Fermat se domníval, že všechna čísla tvaru $2^{2^n} + 1$ (kde n je přirozené číslo) jsou prvočísla. Ukažte, že se mýlil! Najděte nejmenší protipříklad. Kolik má toto číslo cifer a jak vypadá jeho prvočíselný rozklad?
13. Najděte vzorce pro součty $1^k + 2^k + \dots + n^k$, kde $k = 1, \dots, 10$ (n je libovolné přirozené číslo). Použijte `Sum`, `Table` a `TableForm`.
14. Spočítejte a zobrazte prvních deset řádků Pascalova trojúhelníku (použijte `TableForm`).
15. Pomocí `Timing[výraz]` lze změřit, jak dlouho trvá vyhodnocení zadaného výrazu. Výsledkem je dvojice hodnot – první je čas v sekundách, na druhém místě je výsledek výpočtu. Najděte součet prvních 100 000 členů harmonické řady $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n$ s přesností na 20 míst a změřte, jak dlouho tento výpočet trvá.
16. Pokuste se v nápovědě nalézt (hledejte v sekci *Numbers & Precision*) funkce pro práci s čísly vyjádřenými v soustavách o různých základech. Převedte 3^{10} do dvojkové soustavy. Zjistěte hodnotu čísla, které je v soustavě o základu 6 zapsáno jako 12345.
17. Víte, co jsou řetězové zlomky? Prozkoumejte funkci `ContinuedFraction` pro převod čísla na řetězový zlomek. Jak vypadají řetězové zlomky čísel $47/11$, $\sqrt{2}$, $(e-1)/(e+1)$?