

### 3. DEFINICE FUNKCÍ. GRAFY, KŘIVKY A PLOCHY.

Definice funkce jedné nebo více proměnných:  $f[x_]:=výraz$   $f[x_,y_,...]:=výraz$

Zrušení přiřazení hodnoty nebo definice funkce: `Clear[identifikátor]`

Funkce definovaná po částech: `Piecewise[{{výraz1, podmínka1},{výraz2, podmínka2},...}]`

Graf funkce jedné proměnné: `Plot[f[x],{x,min,max}]`

Více funkcí v jednom grafu: `Plot[{f1[x],f2[x],...},{x,min,max}]`

Vzhled grafu lze ovlivnit pomocí volby `PlotStyle` a následujících direktiv:

Jména barev: `Black Blue Brown Cyan Gray Green Magenta Orange Pink Purple Red White Yellow`

Zadání barvy pomocí RGB trojice: `RGBColor[r,g,b]`

Tloušťka čáry: `Thin Thick AbsoluteThickness[tloušťka]`

Styl čáry: `Dashed Dotted DotDashed`

Další užitečné volby:

Poměr stran: `AspectRatio->výška/šířka` `AspectRatio->Automatic` (stejné měřítko na obou osách)

Zobrazování os: `Axes->True` nebo `Axes->False`

Zobrazování rámečku: `Frame->True` nebo `Frame->False`

Styl textu: `BaseStyle->{FontFamily->"název písma", FontSize->velikost}`

Kompletní seznam voleb lze získat pomocí `Options[Plot]` (viz též dokumentaci k `Plot`).

Graf funkce dvou proměnných: `Plot3D[f[x,y],{x,min1,max1},{y,min2,max2}]`

Funkce dvou proměnných jako hustota: `DensityPlot[f[x,y],{x,min1,max1},{y,min2,max2}]`

Vrstevnice funkce dvou proměnných: `ContourPlot[f[x,y],{x,min1,max1},{y,min2,max2}]`

Implicitně zadané útvary:

Křivka: `ContourPlot[f[x,y]==g[x,y],{x,min1,max1},{y,min2,max2}]`

Plocha: `ContourPlot3D[f[x,y,z]==g[x,y,z],{x,min1,max1},{y,min2,max2},{z,min3,max3}]`

Parametricky zadané útvary:

Rovinná křivka: `ParametricPlot[{x[t],y[t]},{t,min,max}]`

Rovinná oblast: `ParametricPlot[{x[t,u],y[t,u]},{t,min1,max1},{u,min2,max2}]`

Prostorová křivka: `ParametricPlot3D[{x[t],y[t],z[t]},{t,min,max}]`

Plocha v prostoru: `ParametricPlot3D[{x[t,u],y[t,u],z[t,u]},{t,min1,max1},{u,min2,max2}]`

Rovinná oblast popsaná podmínkou: `RegionPlot[podmínka,{x,min1,max1},{y,min2,max2}]`

Obrázky vygenerované všemi výše uvedenými příkazy jsou v Mathematice reprezentovány jako objekty typu `Graphics` nebo `Graphics3D`.

Uložení grafického objektu do souboru: `Export["název souboru",g]`

Sloučení více grafických objektů do jednoho: `Show[g1,g2,...]`

## CVIČENÍ

1. Dokažte, že funkce  $f(x) = x/(e^x - 1) - 1 + x/2$  je sudá (vypočítejte  $f(x) - f(-x)$ , použijte `Simplify`).
2. Sestrojte grafy funkcí  $\sin x$  a  $\cos x$  pro  $x \in [0, 2\pi]$  (zobrazte je do jednoho obrázku). Hodnoty vyznačené na osách  $x$  a  $y$  lze měnit volbou `Ticks`; zde je vhodné např. `Ticks->{Pi/2, Pi, 3Pi/2, 2Pi}, {-1, 1}`. Vyzkoušejte také volbu `Filling->Axis`.

3. Zobrazte graf funkce  $f(x, y) = x + \sin(x^2 + y^2)$ ,  $x, y \in [-4, 4]$  pomocí `Plot3D`, `ContourPlot` a `DensityPlot` (nastavte `PlotPoints->50` pro lepší kvalitu obrázku). Barevné schéma grafu lze ovlivnit volbou `ColorFunction`, např. `ColorFunction->"SunsetColors"`. Názvy všech předdefinovaných barevných schémat získáte pomocí `ColorData["Gradients"]`, zkuste některá z nich použít (fungují nejen u `Plot3D`, ale i u ostatních grafických příkazů).

4. Zobrazte plochu implicitně zadanou rovnicí  $20x(3y^2 - x^2) - 24(x^2 + y^2) + 3z^2 = 0$ , kde  $x, y, z \in [-2, 2]$ . Použijte volby `Mesh->None` a `PlotPoints->70`.

5. Znáte plochu s parametrizací

$$x(u, v) = \left(2 + v \cos \frac{u}{2}\right) \cos u, \quad y(u, v) = \left(2 + v \cos \frac{u}{2}\right) \sin u, \quad z(u, v) = v \sin \frac{u}{2},$$

kde  $u \in [0, 2\pi]$  a  $v \in [-0.5, 0.5]$ ? Vyzkoušejte, co udělá volba `Mesh->{m, n}`, kde za  $m, n$  dosadíte dvojici přirozených čísel.

6. Zobrazte množinu všech bodů v rovině splňujících nerovnost  $(x^2 + y^2 - 1)^3 - x^2 y^3 < 0$ . Omezte se na  $x \in [-1.2, 1.2]$  a  $y \in [-1.1, 1.3]$ , použijte volbu `ColorFunction->"ValentineTones"`.

7. Obor hodnot funkce tangens je neomezený, Mathematica tedy zobrazuje pouze vhodnou část; lze ji přesně specifikovat pomocí volby `PlotRange`. Vyzkoušejte např. tangens při volbě `PlotRange->{-50, 50}`. Podobný problém někdy nastane i u omezených funkcí, např.  $f(x) = (\sin x)/x$  na intervalu  $[0, 20]$ ; zde stačí zadat `PlotRange->All` (vyzkoušejte).

8. Funkce  $f(x) = x^2$  má v bodě  $[1, 1]$  tečnu  $t(x) = 2(x - 1) + 1$  a normálu  $n(x) = -\frac{1}{2}(x - 1) + 1$ . Pokud však zobrazíme grafy všech tří funkcí pomocí `Plot[{f[x], t[x], n[x]}, {x, 0, 2}]`, zdá se, že přímkou na sebe nejsou kolmé. Čím je to způsobeno?

9. Zobrazte graf funkce

$$f(x) = \begin{cases} -(x + 1)^2 + 1, & x < -1 \\ 1, & x \in [-1, 1] \\ (x - 1)^2 + 1, & x > 1. \end{cases}$$

10. Uvažujme třídu elips s rovnicemi  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , kde  $a, b$  jsou kladná čísla splňující  $a + b = 1$ . Jejich obálkou (křivkou, která se dotýká každé elipsy) je asteroida popsaná rovnicí  $|x|^{2/3} + |y|^{2/3} = 1$ . Přesvědčte se o tom pomocí obrázku: Vykreslete asteroidu společně s elipsami  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , kde  $a \in \{0.1, 0.2, \dots, 0.9\}$  a  $b = 1 - a$ .

*Poznámka:* Při použití konstrukce typu `ContourPlot[Table[...]]`, je potřeba uzavřít `Table` do `Evaluate` a psát `ContourPlot[Evaluate[Table[...]]]`.

11. Řada  $4/\pi \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sin(nx)/n$  konverguje na intervalu  $(-\pi, \pi)$  k funkci  $\text{sgn } x$  (je to Fourierova řada této funkce). Zobrazte grafy prvních pěti částečných součtů této řady do jednoho obrázku.

12. Platónská hvězda je plocha implicitně zadaná rovnicí  $(1 - u)^3 - 5/27cu^3 + cv = 0$ , kde  $u = x^2 + y^2 + z^2$ ,  $v = z(-2x(x^4 - 10x^2y^2 + 5y^4) - 5(x^2 + y^2)^2z + 5(x^2 + y^2)z^3 - z^5)$  a  $c$  je reálný parametr. Zobrazte tuto plochu pro  $c = -0.6$ ,  $c = -0.3$ ,  $c = 3$ ,  $c = 81$ . Použijte volby `Mesh->None`, `PlotPoints->40`, `ContourStyle->{Specularity[White, 100], Orange}`.

13. Zobrazte vrstevnice reálné části komplexní funkce

$$\left( (x + iy)^2 + \frac{1}{16(x + iy)^2} \right)^3, \quad x, y \in [-1.5, 1.5].$$

Nastavte `PlotPoints->100`. Pomocí volby `Contours` lze předepsat hodnoty vrstevnic, které se mají zobrazovat. Vyzkoušejte `Contours->{0, 1/2, -1/2, 1, -1, 2, -2, 5, -5}`.