

**1. zápočtová písemka z Kalkulu 2**  
**16. listopadu 2022**

**Příklad 1.** (10 bodů) Ukažte, že rovnice

$$\cos(x^2 + y) + \sin(y^2) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

určuje v jistém okolí bodu  $(\frac{\sqrt{\pi}}{2}, 0)$  implicitně zadanou funkci  $y = \varphi(x)$ . Spočtěte  $\varphi'(\frac{\sqrt{\pi}}{2})$ .

**Příklad 2.** (10 bodů) Nalezněte supremum a infimum funkce

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

na množině

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 13\}.$$

**Příklad 3.** (10 bodů) Uvažujme řadu funkcí

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n} x}{1 + n^3 x^2}.$$

(a) Zjistěte, pro která  $x \in \mathbb{R}$  je tato řada konvergentní.

(b) Rozhodněte, zda řada konverguje stejnoměrně na množině z části (a).

*Nezapomeňte ověřit předpoklady použitých vět.*

*K úspěšnému napsání písemky je třeba získat alespoň 15 bodů.*