

Zkoušková písemka z Kalkulu 1
1. června 2022

Příklad 1. (10 bodů) Vyjádřete primitivní funkci

$$\int \frac{e^{2x} + e^x}{e^{2x} + 4e^x + 7} dx$$

na maximálních intervalech existence.

Příklad 2. (10 bodů) Vyšetřete konvergenci následujícího integrálu:

$$\int_4^{\infty} \frac{\log x}{\log(1 + \frac{1}{x})} \cdot \frac{1}{x^2 + 2x + 5} dx.$$

Příklad 3. (10 bodů) Nalezněte obecné řešení rovnice

$$y'' - \frac{3}{x}y' + \frac{4}{x^2}y = 5$$

na intervalu $(0, \infty)$.

(Hint: Nejprve dokažte, že funkce $y_1(x) = x^2$, $y_2(x) = x^2 \log x$ tvoří fundamentální systém řešení homogenní rovnice.)

Příklad 4. (10 bodů) Určete a nakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 - \sqrt{y}}$$

a vyšetřete její parciální derivace.