

## Lineární algebra pro fyziky, LS 12/13

### Zápočtový test 2

1. Označme  $\{\epsilon^1, \epsilon^2\}$  duální kanonickou bázi v  $\mathbb{R}^2$ . Najděte duální bázi k

$$M^* = \{4\epsilon^1 - \epsilon^2, -3\epsilon^1 + \epsilon^2\}$$

2. Najděte kanonickou rovnici a určete typ kuželosečky

$$6x^2 - 4xy + 9y^2 - 2x + 4y - 2 = 0$$

Pokud se jedná o elipsu nebo hyperbolu, najděte její střed, směry os a délky poloos, pokud je to parabola, najděte její vrchol a směr osy. Tyto body a vektory vyjádřete v původních souřadnicích  $(x, y)$ .

3. Najděte řešení soustavy diferenciálních rovnic

$$\dot{x}_1 = -3x_1 + x_2$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 - x_2$$

s počáteční podmínkou  $x_1(0) = 1$ ,  $x_2(0) = 2$ .

4. Ortogonálně diagonalizujte matici

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Najděte polární rozklad matice

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

6. Určete matici ortogonální projekce  $P_W : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  na podprostor

$$W = \langle (1, 2, 0, 1), (1, -4, -2, 1) \rangle$$