

# Matematický proseminář

*Sada 2, LS 13/14*

1. Napište rovnici rotační kuželové plochy s osou symetrie v ose  $z$  a vrcholovým úhlem  $\frac{\pi}{2}$ . Napište rovnici plochy, která z ní vznikne otočením osy rotace do přímky ležící v rovině  $xz$  a svírající s osou  $z$  úhel  $\alpha$ . Spočítejte průnik této kuželové plochy s rovinou  $z = 1$  a studujte vlastnosti vzniklých kuželoseček v závislosti na  $\alpha$  (typ, střed, vrcholy, ohniska, délky poloos).
2. Napište rovnici křivky, obsahující body, jejichž vzdálenost od zadaného bodu a zadané přímky je v poměru  $r > 0$ .
3. Napište rovnici kuželosečky zadané pěti různými body, z nichž žádná trojice neleží v přímce. Vysvětlete, co se s rovnicí stane, pokud některá trojice v přímce leží.
4. Dokažte, že světelné paprsky, které vycházejí z jednoho ohniska elipsy, se po odrazu opět setkávají v druhém ohnisku.
5. Jsou dány body  $M = [-3, 0]$ ,  $N = [3, 0]$  a přímka s rovnicí  $4x + 5(2 - \sqrt{3})y - 20 = 0$ . Najděte na přímce bod  $X$  takový, aby trojúhelník  $MNX$  měl obvod 16.
6. Určete typ kuželosečky  $x^2 - 6xy + 9y^2 + 14x - 2y - 27 = 0$ .
7. Ved'te k elipse  $5x^2 + 9y^2 = 45$  tečny bodem  $M = [0, -3]$ , určete úhel mezi nimi.