

Geometrie III

Domácí úkol 4: projektivní III a kruhová inverze

1. Určete typ afinních kuželoseček pouze počítáním signatur a determinantů:

(a) $6x^2 - 12y^2 + 14xy - 26x + 10y + 8 = 0$

(b) $9x^2 + y^2 - 6xy + 12x - 4y + 3 = 0$

(c) $4x^2 + 2y^2 + 6xy + 2x + 2y + 3 = 0$

2. Projektivní kuželosečka má rovnici

$$y^2 + z^2 + 2xy - 4yz + zx$$

(a) Napište rovnici její tečny bodem $[1, 0, 0]$. Ověřte, že na ní leží bod $[0, 1, -2]$.

(b) Najděte rovnici druhé tečny jdoucí bodem $[0, 1, -2]$.

Zapište tyto výsledky i pro afinní kuželosečku vzniklou ze zadané projektivní volbou vnořovací roviny $x = 1$ a $z = 1$.

3. Ověřte, že afinní kuželosečka $x^2 + 2xy + y^2 + 2x - y - 3 = 0$ je parabola. Veďte k ní tečny z bodu $(2, 1)$.

4. Najděte obraz kružnice o středu $(2, 2)$ a poloměru 1 v kruhové inverzi podle jednotkové kružnice (střed v počátku, poloměr 1).