

Matematický proseminář

Sada 5, ZS 2015/16

- (1) Určete, pro která  $p \in \mathbb{R}$  je funkce

$$f_p(x) = \left( \frac{p+1}{2p-3} \right)^x$$

rostoucí, klesající a konstatní.

- (2) V  $\mathbb{R}$  řešte rovnice

(a)

$$\sqrt[4]{\frac{4^4}{16^x}} = 4 \left( \frac{1}{2} \right)^x$$

(b)

$$2 \cdot 4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} + 2^{2x-1}$$

- (3) Řešte v  $\mathbb{R}$  soustavu rovnic

$$x^{y+1} = 16$$

$$x^{3-y} = 1$$

- (4) Určete

(a)  $\log_{\sqrt{8}} \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

(b)  $\log_3 30 - \log_3 5 - \log_3 2$

- (5) Řešte rovnice

(a)

$$\ln \log_2 \log_{0,5} x = 0$$

(b)

$$\log_6 \sqrt{x+16} + \log_6 \sqrt{x} = 1$$

(c)

$$x + \log_3(3^x + 6) = 3$$

(d)

$$\log_2 x - 2 \log_4 x + \log_8 x = 1$$

(e)

$$\log_2 \frac{1}{|x+2|} = 1$$

(f)

$$\log_x(x+4) = -1$$

- (6) Odvoďte identity pro  $\sinh(x+y)$ ,  $\cosh(x+y)$ ,  $\sinh x + \sinh y$ ,  $\cosh x + \cosh y$ ,  $\sinh x \cosh y$ .

- (7) Dokažte, že

$$\frac{\cosh 2x + \cosh 4y}{\sinh 2x + \sinh 4y} = \operatorname{cotgh}(x+2y)$$

a najděte podmínky platnosti.

- (8) Dokažte identity

(a)

$$\operatorname{argsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), x \in \mathbb{R}$$

(b)

$$\operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}, |x| > 1$$

- (9) Vyjádřete jako  $\ln$ :

(a)  $\operatorname{argcosh} 2$

(b)  $\operatorname{argtgh} \left(-\frac{4}{5}\right)$