

EULEROVY SUBSTITUCE

Nalezněte primitivní funkce.

1. $\int \frac{1}{1+\sqrt{x^2+2x+2}} dx$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+4x-3}}$

3. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2(x+1)}}$

4. $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}}$

5. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$

6. $\int \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$

7. $\int \sqrt{x^2 - 2x - 1} dx$

VÝSLEDKY A NÁVODY

Výsledky k úlohám na primitivní funkce jsou uváděny bez aditivních konstant.

1. $\frac{-2}{\sqrt{x^2+2x+2}-x} - \log(\sqrt{x^2+2x+2} - x - 1), x \in \mathbf{R}$ **2.** $-2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3-x}{x-1}}, x \in (1, 3)$

3. $-\log \left| 1 - \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}} \right| + \frac{1}{2} \log \left(\sqrt[3]{(\frac{x+1}{x-1})^2} + \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}} + 1 \right) - \sqrt{3} \operatorname{arctg} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right), x \in (1, +\infty)$
nebo $x \in (-1, 1)$ nebo $x \in (-\infty, -1)$

4. $6 \left(\frac{1}{9}(x+1)^{3/2} - \frac{1}{8}(x+1)^{4/3} + \frac{1}{7}(x+1)^{7/6} - \frac{1}{6}(x+1) + \frac{1}{5}(x+1)^{5/6} - \frac{1}{4}(x+1)^{2/3} \right), x \in (-1, +\infty)$

5. $\log \left| \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}} \right| + 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}, x \in (-1, 0)$ nebo $x \in (0, 1)$ **6.** $\log \frac{|u^2-1|}{\sqrt{u^4+u^2+1}} - \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2u+1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2u-1}{\sqrt{3}}, \text{ kde } u = \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}, x \in (-\infty, -1)$ nebo $x \in (-1, 0)$ nebo $x \in (1, +\infty)$ **7.** $\frac{1}{2}(x-1)\sqrt{x^2-2x-1} - \log|x-1+\sqrt{x^2-2x-1}|, x \in (-\infty, 1-\sqrt{2})$ nebo $x \in (1+\sqrt{2}, +\infty)$