

4. ZKOUŠKOVÁ PÍSEMKA

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně zdůvodněte. Každý příklad je bodován 10 body.

1. Spočítejte

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2} dx.$$

2. Spočítejte integrál $\int_M f$, kde $f(x, y) = y \log x$ a

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, -\sqrt{1-x^2} \leq y \leq 0\}.$$

3. Nalezněte vlastní čísla a vlastní vektory matice

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Spočítejte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{\log(1 - x^2 - x^4) - \log(1 - x^2 + x^4)}.$$

5. Vyšetřete lokální extrémy funkce

$$f(x, y) = -x^2y + y^2 + x$$

na \mathbb{R}^2 .