

Zápočtový test II.

VARIANTA A

Před sebou máte zadání 2. zápočtové písemné práce z předmětu Matematická analýza I. Test je rozložen do dvou fází:

Instrukce pro obě fáze:

- Po celou dobu zápočtového testu buďte připojeni v příslušném Zoom meetingu.
- Každý váš výsledek musí být podložen kompletním postupem, nebo slovním popisem v případě vynechání, či zjednodušení některého mezikroku.
- Co není dovoleno, je výslovně zakázáno (a je tedy otázkou vašeho svědomí)!
- K úspěšnému napsání testu je potřeba získat minimálně 15 bodů, z toho alespoň 8 bodů ze samostatné části z úloh 1-5.

Instrukce pro individuální fázi:

- Pracujte samostatně!
- Vaším úkolem je vypracovat všechny obsažené příklady (příklad 6 je bonusový – tj. není započítán do bodového maxima, ani do potřebného minima 8 bodů z individuální části).
- V případě potřeby se ptejte zásadně pomocí soukromé zprávy.
- Nejpozději do 18:30 zašlete čitelné foto / scan své práce na email cvičícího: tomas.zadrazil@gmail.com, stanekj@karlin.mff.cuni.cz

Instrukce pro skupinovou fázi:

- Nejpozději do 18:35 budete přiřazeni do jedné z náhodně vygenerovaných skupin.
- Vaším úkolem je v rámci přiřazené skupiny vypracovat úlohy 3–5 (6) (tj. ze druhé strany).
- Nejpozději do 19:10 odevzdá jeden člen skupiny čitelné foto / scan řešení na kterém se skupina shodla.
- Výstup skupinové práce pošlete na oba maily: tomas.zadrazil@gmail.com / stanekj@karlin.mff.cuni.cz

Další instrukce mohou být upřesněny v průběhu testu – buďte proto na příjmu. Přeji hodně štěstí!

„Matematik je slepý člověk v temné místnosti hledající černou kočku, která tam není.“ – Charles Darwin

Otázka:	1	2	3	4	5	Σ
Možno získat:	6	2	4	2	2	16
Získáno:						

1. Určete:

(a) (2 b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - x^2)}$

(b) (4 b) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sin(x^2) - \sin(2a)) \cdot (b^{x^2 - 2xa + 3} - b^{-a^2 + 3})}{(\log_7(a+1) - \log_7(x+1)) \cdot (\sqrt[3]{2a^3 + 2a^2x + 2ax^2 + 2x^3} - 2a)}$

2. (2 b) Vyšetřete konvergenci řady:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}}$$

3. (4 b) Určete, zda následující řada konverguje absolutně, relativně, či diverguje:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

4. (2 b) Uvažujme funkci $f(x) = x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$. Odpovězte na následující otázky ... (a svou odpověď stručně zdůvodněte).

(a) Je funkce $f(x)$ spojitá v bodě $x = 0$?

(b) Má funkce $f(x)$ v bodě $x = 0$ derivaci?

5. (2 b) Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá (Svou odpověď alespoň stručně zdůvodněte.)

a) Jsou-li obě řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergentní, tak je konvergentní i řada $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$.

b) Jsou-li obě řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergentní, tak je divergentní i řada $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$.

c) je-li řada $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ konvergentní, tak je alespoň jedna z řad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergentní.

d) je-li řada $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ divergentní, tak je alespoň jedna z řad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergentní.