

## Zápočtový test II.

## VARIANTA A

Před sebou máte zadání 2. zápočtové písemné práce z předmětu Matematická analýza I. Test je rozložen do dvou fází:

**Instrukce pro obě fáze:**

- Po celou dobu zápočtového testu buďte připojeni v příslušném Zoom meetingu.
- Každý váš výsledek musí být podložen kompletním postupem, nebo slovním popisem v případě vynechání, či zjednodušení některého mezikroku.
- Co není dovoleno, je výslovně zakázáno (a je tedy otázkou vašeho svědomí)!
- K úspěšnému napsání testu je potřeba získat minimálně 15 bodů, z toho alespoň 8 bodů ze samostatné části z úloh 1-5.

**Instrukce pro individuální fázi:**

- Pracujte samostatně!
- Vaším úkolem je vypracovat všechny obsažené příklady (příklad 6 je bonusový – tj. není započítán do bodového maxima, ani do potřebného minima 8 bodů z individuální části).
- V případě potřeby se ptejte zásadně pomocí soukromé zprávy.
- Nejpozději do 13:25 zašlete čitelné foto / scan své práce na email cvičícího: tomas.zadrazil@gmail.com, stanekj@karlin.mff.cuni.cz

**Instrukce pro skupinovou fázi:**

- Nejpozději do 13:30 budete přiřazeni do jedné z náhodně vygenerovaných skupin.
- Vaším úkolem je v rámci přiřazené skupiny vypracovat úlohy 3–5 (6) (tj. ze druhé strany).
- Nejpozději do 14:00 odevzdá jeden člen skupiny čitelné foto / scan řešení na kterém se skupina shodla.
- Výstup skupinové práce pošlete na oba maily: tomas.zadrazil@gmail.com / stanekj@karlin.mff.cuni.cz

Další instrukce mohou být upřesněny v průběhu testu – buďte proto na příjmu. Přeji hodně štěstí!

„Matematika je jediný skutečně zaručený způsob, jak se zbláznit.“ – Albert Einstein

Otázka:	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
Možno získat:	6	2	4	2	2	2	18
Získáno:							

1. Určete:

(a) (2 b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{x^2}} \right)$

(b) (4 b)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(\ln(x^2+a) - \ln(a^2+x)) \cdot (\operatorname{tg}(x) - \operatorname{tg}(a))}{(\sqrt{a^2+x^2} - \sqrt{2ax}) \cdot (6^{2a+1} - 6^{2x+1}) \cdot \sin(a^2+x^2)}$ ;  $a \in \mathbb{R}$

2. (2 b) Vyšetřete konvergenci řady:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{mn^2 + n \sin \frac{m^2\pi}{4}} \right); \quad m \in \mathbb{N}$$

3. (4 b) Určete, zda následující řada konverguje absolutně, relativně, či diverguje:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( n^{\frac{1}{n^2+1}} - 1 \right)$$

4. (2 b) Zvolte všechna pravdivá zakončení pro tvrzení: Derivace funkce  $f(x) = |x| \cdot x$  v bodě  $x_0 = 0 \dots$  (a svou odpověď stručně zdůvodněte).

(a) je rovna 0.

(c) neexistuje, protože  $f$  je definována po částech.

(b) neexistuje, protože  $|x|$  není diferencovatelná v bodě 0.

(d) neexistuje, protože  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ .

Zdůvodnění odpovědi...

5. (2 b) Necht'  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{(-1)^n}{2n+1} \right) = \frac{\pi}{4}$ . Které z tvrzení (1), (2) je pravdivé? (Svou odpověď alespoň stručně zdůvodněte.)

(1) Hodnota  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{(-1)^n}{2n+1} \right)$  není přesně  $\frac{\pi}{4}$ .

(2)  $\sum_{n=1}^{1000} \left( \frac{(-1)^n}{2n+1} \right)$  je větší než  $\frac{\pi}{4}$ .

Pravdivé je ...

a) ... pouze tvrzení (1).

b) ... pouze tvrzení (2).

c) ... tvrzení (1) i (2).

d) ... ani jedno z tvrzení.

Zdůvodnění odpovědi:

---

6. (2 b) Určete ideální rozměry plechového sudu na pivo = válcové nádoby, která při objemu 20 l bude mít minimální povrch (a tedy i spotřebu plechu).