Domácí úlohy 8.

odevzdat do 26.11. 12:00

(počítá se max. 15 bodů)

1. (5 bodů) Spočtěte pomocí Eukleidova algoritmu NSD$(5-3i, 7+i)$ a příslušné Bézoutovy koeficienty v oboru $\mathbb{Z}[i]$.

2. (5 bodů) Dokažte, že pro žádné $n > 2$ neexistují nenulové polynomy $f, g, h \in \mathbb{Z}[x]$ splňující $f^n + g^n = h^n$. V řešení můžete využít Velkou Fermatovu větu, která říká, že neexistují žádná nenulová celá čísla s touto vlastností. *Návod:* Dosaďte několik hodnot a použijte větu, že polynom má jen konečně mnoho kořenů.

3. (5 bodů) Dokažte, že v oboru $\mathbb{Z}[\omega]$, kde $\omega = e^{2\pi i/3}$, je dobře definované dělení se zbytkem vzhledem k normě $\nu(z) = |z|^2$ (absolutní hodnota komplexního čísla na druhou). Tj. dokažte, že pro každé $u, v \in \mathbb{Z}[\omega]$ existuje $q, r \in \mathbb{Z}[\omega]$ splňující $u = vq + r$ a $|r| < |v|$.