

Doplňující cvičení

1. Najděte monický polynom $f \in \mathbb{Z}[x]$ takový, že $f(5 + \sqrt[3]{2}) = 0$. Návod: spočtěte charakteristický polynom toho prvku.
2. Spočtěte stopu, normu, charakteristický polynom obecného prvku tělesa $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{s})$ nad \mathbb{Q} .
3. Označme $a = \sqrt{2}$ a $b = \sqrt{\sqrt{2} + 1}$. Rozhodněte, zda
 - a) prvek a je celistvý nad \mathbb{Z} ,
 - b) prvek b je celistvý nad $\mathbb{Z}[a]$.
 - c) prvek b je celistvý nad \mathbb{Z} .
4. Označme $R = \mathbb{Z}[x, y]/(x^2 - 2, y^2 - x - 1)$. Rozhodněte, zda
 - a) prvek $[x]$ je celistvý nad \mathbb{Z} ,
 - b) prvek $[y]$ je celistvý nad $\mathbb{Z}[[x]]$ (rozumí se meziokruh mezi \mathbb{Z} a R generovaný prvkem $[x]$).
 - c) prvek $[y]$ je celistvý nad \mathbb{Z} .