

Domácí úlohy 9.
odevdat do 17.12. 15:40 (pondělí)

1. (5 bodů) Buď T podílové těleso oboru $\mathbb{Z}_p[u]$. Dokažte, že $f = x^p - u \in T[x]$ je neseparabilní ireducibilní polynom a jeho rozkladové nadtěleso je neseparabilní nad T .

Návod: Uvažujte rozkladové nadtěleso S pro f , zvolte kořen $a \in S$ a dokažte, že $f = (x - a)^p$ v $S[x]$, tj. že a je p -násobný kořen. K ověření ireducibility f použijte Eisensteinovo kritérium.

2. (5 bodů) Pro jaká $r, s \in \mathbb{Z}$ jsou tělesa $\mathbb{Q}(\sqrt{r}), \mathbb{Q}(\sqrt{s})$ $\mathbb{Q}$ -izomorfní?

3. (5 bodů) Buď $T \leq S$ algebraické rozšíření těles. Dokažte, že každý algebraický uzávěr tělesa T je T -izomorfní s každým algebraickým uzávěrem tělesa S . Pokud používáte nějaké tvrzení, explicitně jej uveďte. (Patrně budete potřebovat dokázat pomocné tvrzení, že pokud $T \leq S \leq U$ a S je algebraické nad T a U je algebraické nad S , pak U je algebraické nad T .)

Toto tvrzení se implicitně používá ve formulaci většiny vět, které jsme měli v poslední době na přednášce.