Domácí úlohy 1.

odevzdat do 3.11. 14:00

1. (5 bodů) Ostrov poctivců (knights, vždy mluví pravdu) a padouchů (knaves, vždy lžou), viz přednáška. Rozmyslete si, že "A říká φ"lze formalizovat jako formule $A \leftrightarrow \varphi$.

You meet eight inhabitants: Alice, Carl, Sue, Rex, Mel, Zoey, Bozo and Betty. Alice tells you that only a knave would say that Sue is a knave. Carl says, "Sue is a knight and Alice is a knave." Sue claims that both Bozo is a knave and Carl is a knight. Rex says that it's not the case that Sue is a knave. Mel tells you that either Betty is a knight or Bozo is a knight. Zoey says that Sue is a knave. Bozo says, "Zoey could claim that Sue is a knave." Betty claims, "I know that Sue is a knight and that Rex is a knave."

Úlohu zapiště jako systém výrokových formulí a najděte splňující ohodnocení.

Více hádanek viz `http://philosophy.hku.hk/think/logic/knights.php`

2. (5 bodů) Buď $\Sigma = \{a \leftrightarrow (b \leftrightarrow c),\ b \to a,\ \neg a \vee b \vee c\}$. Rozhodněte, zda a) $\Sigma \models a \vee b$, b) $\Sigma \models c$.

3. (5 bodů) Dokažte, že $\varphi \wedge \psi \vdash \psi \wedge \varphi$. Můžete použít lemma o dedukci, ale ne větu o úplnosti (tj. chci od vás důkaz, ne argument pomocí modelů).

4. (5 bodů) Mějme zobrazení $f : A \to A$ takové, že $f(x) \neq x$ pro každé $x \in A$. Dokažte, že existuje obarvení množiny A třemi barvami tak, aby x a $f(x)$ měly vždy různou barvu (tj. že existuje zobrazení $c : A :\to \{1, 2, 3\}$ takové, že $c(x) \neq c(f(x))$ pro každé x). Nápověda: pro A konečnou použijte indukci; pro nekonečnou použijte větu o kompaktnosti aplikovanou na vhodný systém formulí.