

Domácí úlohy 1.  
odevzdat do 18.10. 10:30

1. (8 bodů) Spočítejte prvky oborů  $\mathbb{Q}[\sqrt[3]{3}]$  a  $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{3})$ . Rozhodněte, zda jsou totožné. Poznámka: kompletní řešení musí obsahovat důkaz, že (1) všechny vámi uvedené prvky jsou součástí toho rozšíření, (2) žádné jiné prvky součástí toho rozšíření nejsou.
2. (3 body) Dokažte, že pro každé prvočíslo  $p \neq 2$  platí  $p \mid 1^p + 2^p + 3^p + \dots + p^p$ .
3. (4 body) Spočítejte poslední cifru čísla  $7^{7^7}$ . (Rozumí se  $a^{b^c} = a^{(b^c)}$ .)
4. (5 bodů) Vyřešte v  $\mathbb{Z}$  rovnici  $x^2 - 5x + 4 \equiv 0 \pmod{77}$ . (Nezapomeňte zdůvodnit, proč jiná než nalezená řešení neexistují.)