

Domácí úlohy 5.  
odevzdat do 3.1. 10:40

Nezapomeňte uvést přezdívku a jméno cvičícího.

1. (4 body) Rozložte polynom  $x^8 - 1$  na součin ireducibilních polynomů v  $\mathbb{Z}[x]$ . Návod: použijte substituci a Eisensteinovo kritérium k důkazu, že některé polynomy  $x^n + 1$  jsou ireducibilní v  $\mathbb{Z}[x]$ .
2. (4 body) Napište všechna kořenová a rozkladová nadtělesa polynomu  $x^8 - 1$  nad tělesem  $\mathbb{Q}$ , která jsou obsažená v  $\mathbb{C}$ .
3. (4 body) Napište nějaké rozkladové nadtěleso polynomu  $x^8 - 1$  nad tělesem  $\mathbb{Z}_3$ . Kolik má toto těleso prvků?
4. (4 body) V okruhu  $\mathbb{Z}_3[\alpha]/(\alpha^4 + \alpha^3 + \alpha + 2)$  najděte prvek, který nemá inverz.
5. (4 body) V tělese  $\mathbb{Z}_2[\alpha]/(\alpha^2 + \alpha + 1)$  spočítejte řešení soustavy lineárních rovnic zadané maticí

$$\left( \begin{array}{cc|c} \alpha & 1 & \alpha + 1 \\ \alpha + 1 & \alpha + 1 & \alpha \end{array} \right)$$