

Domácí úlohy 1.
odevzdat do 12.3. 10:40

Nezapomeňte uvést přezdívku a jméno cvičícího.

1. (6 body) Najděte nejmenší n takové, že
 - (a) grupa \mathbf{A}_n obsahuje prvek řádu 10,
 - (b) grupa \mathbb{Z}_n^* obsahuje prvek řádu 10.
2. (4 bodů) Buď $\mathbf{G} = \langle \frac{4}{5}, \frac{7}{3} \rangle \leq \mathbb{Q}$. (Rozumí se aditivní grupa \mathbb{Q} .) Jak vypadají prvky této grupy? Je tato grupa cyklická, tj. existuje $a \in G$ takové, že $\mathbf{G} = \langle a \rangle$?
3. (5 body) Dokažte, že $\mathbf{A}_n = \langle (1\ 2\ 3), (1\ 2\ 4), \dots, (1\ 2\ n) \rangle$.
4. (5 bodů) Dokažte, že

$$GL_2(\mathbb{Q}) = \left\langle \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \right\rangle$$