

Domácí úlohy 3.  
odevzdat do 9.4. 10:40

Nezapomeňte uvést přezdívkou a jméno cvičícího.

1. (6 bodů) Jsou následující páry grup izomorfní? (a)  $\mathbf{GL}_2(\mathbb{Z}_2)$  a  $\mathbf{S}_3$ , (b)  $\mathbf{A}_4$  a  $\mathbf{S}_3 \times \mathbb{Z}_2$ .
2. (4 body) Dokažte, že  $\mathbb{Q} \not\cong \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ . Návod: buď  $\varphi : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$  prostý homomorfismus, nechť  $\varphi(1) = (r, s)$ . Dokažte, že tato hodnota už určuje zobrazení jednoznačně a že nikdy nedostaneme zobrazení na  $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ .
3. (4 body) Rozložte grupu  $\mathbb{Z}_{20}^*$  na direktní součin cyklických grup (tj. napište nějaký direktní součin, jemuž jsou tyto grupy izomorfní). Můžete využít větu, která říká, že každá konečná abelovská grupa je izomorfní direktnímu součinu nějakých cyklických grup.
4. (6 bodů) Napište všechny podgrupy grupy (a)  $\mathbb{Z}_{36}$ , (b)  $\mathbb{Z}_{17}^*$  a nakreslete, jak jsou tyto uspořádány inkluzí.