

Domácí úlohy 5.  
odevzdat do 8.1. 15:40

1. (8 bodů) Dokažte, že grupa  $D_{2n}$  je nilpotentní právě tehdy, když  $n$  je mocnina dvojky. Jaký má stupeň nilpotence (tj. délku centrální řady)? Napište nějakou kompoziční řadu grupy  $D_{2n}$ . Návod: viz 2. sada 3. úloha.
2. (6 body) Dokažte, že je každá grupa velikosti  $pq^2$  řešitelná ( $p, q$  jsou prvočísla, ne nutně různá).
3. (6 bodů) Buď  $G$  nilpotentní grupa řádu  $n$ . Dokažte, že pokud  $m \mid n$ , pak existuje podgrupa  $H \leq G$  řádu  $m$ . Uveďte příklad řešitelné grupy, která tuto vlastnost nemá.