

## Domácí úlohy 2.

**odevzdat do 27.3. 14:00**

Nezapomeňte uvést přezdívku, jméno cvičícího a čas cvičení.

1. (2 body) Kolik podgrup mají následující grupy? a)  $\mathbb{Z}_{120}$ , b)  $\mathbb{Z}_{131}^*$ . Zdůvodněte! (Odpověď je velmi krátká, pokud použijete vhodné věty z přednášky.)
2. (4 body) Najděte všechny podgrupy grup  $\mathbb{Z}_{36}$  a  $\mathbb{Z}_{17}^*$  a nakreslete je jako uspořádanou množinu. Nezapomeňte zdůvodnit, že žádné jiné podgrupy neexistují!
3. (4 body) Najděte všechny podgrupy grupy  $\mathbf{D}_8$  a nakreslete je jako uspořádanou množinu. Nezapomeňte zdůvodnit, že žádné jiné podgrupy neexistují!
4. (2 body) Rozložte grupu  $\mathbb{Z}_{20}^*$  na direktní součin cyklických grup (tj. napište nějaký direktní součin, jemuž jsou tato grupa izomorfní). Můžete využít větu, která říká, že každá konečná abelovská grupa je izomorfní direktnímu součinu nějakých cyklických grup.
5. (3 body) Najděte všechny homomorfismy  $\mathbb{Z}_{15} \rightarrow \mathbb{Z}_{11}^*$ .