Domácí úkol č. 2

Deadline: **5. 4. 2020**

Na řešení napište své jméno a/nebo přezdívku, pod kterou budou výsledky zveřejněny na webu. Řešení nasdílejte před google drive nebo pošlete na email **j.vrablikov@gmail.com**.

Ať K je algebraicky uzavřené těleso.

1. Najděte polynomiální surjekci $f : A^1(K) \hookrightarrow V = V(x^3 - yz, y^2 - xz, z^2 - x^2y) \subseteq \mathbb{A}^3(K)$.

   Hint. Zkuste polynomiální zobrazení $f : t \mapsto (t^a, t^b, t^c)$. *Pro jaká* $a, b, c \in \mathbb{N}$ *leží bod* (t^a, t^b, t^c) *ve* V*?*

   (6 bodů)

2. Ať $f : \mathbb{A}^1(K) \to V = V(y^2 - x^2(x+1)),\ f : t \mapsto (t^2 - 1, t(t^2 - 1))$. Ukažte, že f je na (všude) a je prostá, až na bod $\{\pm 1\}$. (3 body)

3. At R je DVO s podílovým tělesem K a maximálním ideálem M.

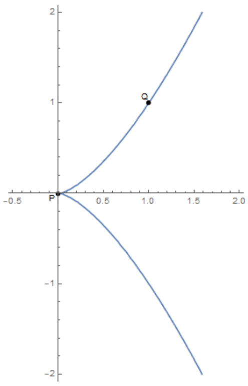
   (a) Ukažte, že pokud $z \in K$ a $z \notin R$, pak $z^{-1} \in M$.

   (b) Ať $R \subseteq S \subseteq K$, S je DVO a maximální ideál S obsahuje M. Dokažte, že pak $S = R$.

   (5 bodů)

4. Ať $V = V(y^2 - x^3) \subseteq \mathbb{A}^2(K),\ P = (0,0) \in V,\ Q = (1,1) \in V$. Ukažte, že $\mathcal{O}_P(V)$ není DVO a $\mathcal{O}_Q(V)$ je DVO. (Bez použití věty, že $\mathcal{O}_P(V)$ je DVO $\iff$ P je jednoduchý bod.) (6 bodů)

   Hint. Použijte třeba tvrzení z příkladu 2.28 z Fultona.



Obrázek 1: $V(y^2 - x^3) \subseteq \mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$