

Domácí úkol č. 4

(4.1) Nechť T je těleso, $a \in T$ a A je čtvercová matice řádu n nad tělesem T taková, že součet prvků v každém sloupci je roven a . Dokažte, že pak a je vlastním číslem matice A .

Nápověda: Řešte nejprve pro $a = 0$: nahlédněte, co podmínka říká o řešení homogenní soustavy $A^T \mathbf{x} = \mathbf{o}$ a přečtěte si Pozorování 9.13. Obecný případ pak můžete převést na případ $a = 0$.

(4.2) Najděte nějakou reálnou čtvercovou matici A řádu 3, která současně splňuje následující dvě podmínky.

- A má vlastní číslo -1 a vlastní vektory příslušné tomuto vlastnímu číslu tvoří podprostor

$$\{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : 2x - y + z = 0\}$$

- A má vlastní číslo 3 a $(1, 1, 0)^T$ je vlastní vektor příslušný tomuto vlastnímu číslu.

Nápověda: Najděte matici operátoru f_A vzhledem ke vhodné bázi, a pak převedte do kanonické.