

Cvičení 12

Přípravy posílejte v jednom dokumentu ve formátu pdf do **17.5.2021 23:59** na email fstrakos@karlin.mff.cuni.cz. Cvičení je doporučeno řešit v malých skupinkách, ale řešení píše každý sám a sepsaná řešení již nesdílejte. Úlohy, jejichž řešení považujete za kompletní a správné, prosím, viditelně označte. K řešení, prosím, přiložte svoji přezdívku.

Ať K je nekonečné a algebraicky uzavřené těleso.

1. Dokažte (bez použití Bézoutovy věty), že každé dvě (různé) kružnice se v projektivní rovině protínají čtyřikrát (včetně násobnosti).
2. Pro následující projektivní křivky určete všechny singulární body, jejich násobnosti a tečny v těchto bodech
 - (a) $f = xy^4 + yz^4 + xz^4$,
 - (b) $f = x^2y^3 + x^2z^3 + y^2z^3$.
3. Spočtěte křížící čísla projektivních křivek v daných bodech.
 - (a) $f = y^2z - x(x - 2z)(x + z)$, $g = y^2 + x^2 - 2xz$, $P = [0 : 0 : 1]$,
 - (b) $f = (x^2 + y^2)z + x^3 + y^3$, $g = x^3 + y^3 - 2xyz$, $P = [1 : -1 : 0]$.
4. Najděte všechny průsečíky následujících projektivních křivek a určete jejich násobnosti.
 - (a) $f = x^2 - y^2$, $g = x^2 - y^2 - 1$,
 - (b) $f = y - x^2 + 1$, $g = x^2 + y^2 - 1$.