__def__: R je __eukleidovský__, pokud na něm existuje __eukleidovská norma__, definovaná jako zobrazení $\nu : R \to \mathbb{N} \cup \{0\}$

splňující
(0) $\nu(0) = 0$
(1) $a \mid b,\ b \neq 0 \Rightarrow \nu(a) \leq \nu(b)$
(2) $\forall a, b \in R,\ b \neq 0 \quad \exists q, r \in R$ t.ž.

$$a = bq + r \quad \& \quad \nu(r) < \nu(b)$$

__Eukleidův algoritmus__:
VSTUP: $a, b \in R$, $\nu(a) \geq \nu(b)$
VÝSTUP: $NSD(a,b)$, $u, v \in R$ t.ž. $NSD(a,b) = ua + vb$

$a_0 = a$, $u_0 = 1$, $v_0 = 0$
$a_1 = b$, $u_1 = 0$, $v_1 = 1$
pro $i = 2, 3, \dots$: zvol q, r t.ž. $a_{i-1} = a_i q + r$ & $\nu(r) < \nu(a_i)$
$a_{i+1} := r$, $(u_{i+1}, v_{i+1}) := (u_{i-1}, v_{i-1}) - q \cdot (u_i, v_i)$
pokud $r = 0$, odpověz a_i, u_i, v_i

__Věta__: R eukleidovský $\Rightarrow$ Eukleidův algoritmus $\forall a, b \in R$ najde $NSD(a,b)$ a Bézoutovy koeficienty u, v t.ž. $NSD(a,b) = ua + vb$

def: __ideál__ v komut. okruhu R je množina $\emptyset \neq I \subseteq R$ t.ž.

- $\forall a, b \in I \quad a+b \in I, \ -a \in I$
- $\forall a \in I \ \forall r \in R \quad ra \in I$

Tvrzení: Buď R komut. okruh. Pak $aR = \{ar : r \in R\} = \{u \in R : a \mid u\}$ je nejmenší ideál v R obsahující prvek a.

def: ideály aR se nazývají __hlavní__, ideály $0R = \{0\}$, $1R = R$ __nevlastní__

Tvrzení: Buď R komut. okruh. Pak R je těleso $\Leftrightarrow$ má pouze nevlastní ideály.

Věta: V eukleidovských oborech je každý ideál hlavní.

def: R je __obor hlavních ideálů__, pokud je v něm každý ideál hlavní

Věta: Obory hlavních ideálů jsou gaussovské a platí v nich Bézoutova rovnost.