

Trzevi (kritérium existence racionálného kořenu) :

Bud'  $P$  gaussovský obor,  $\mathbb{Q}$  podílové těleso,  $f = \sum_{i=0}^n a_i x^i \in \mathbb{R}[X]$ .

Je-li  $\frac{r}{s} \in \mathbb{Q}$  kořen  $f$  ( $r, s$  nesoudělné), pak  $\boxed{r | a_0, s | a_n}$ .

Trzevi (Sisensteinova kritérium) :

Bud'  $R$  obor,  $f = \sum_{i=0}^n a_i x^i \in R[X]$   $t \in \bar{\mathbb{Z}}$  nemá vlastního dělitele stupně 0.

Existuje-li  $\bar{p}$  prvočísel  $\approx R + \bar{\mathbb{Z}}$ .

$\boxed{P | a_0, P | a_1, \dots, P | a_{n-1}}$   
 $\bar{p}^2 \nmid a_0$

pak je  $f$  irreducibilní  $\approx \mathbb{R}[X]$ .

def:  $f$  je primitivní polynom v  $\mathbb{R}[x]$ , pokud nemá vlastního dělitele stupně 0.  
( $\deg f \geq 1$ )

Gaussovo lemma:  $\mathbb{R}$  gaussovský,  $f, g \in \mathbb{R}[x]$  primitivní  $\Rightarrow f \cdot g$  je primitivní

Uvědomění:  $\mathbb{R}$  gaussovský obor,  $\mathbb{Q}$  jeho podillové těleso,  $f, g \in \mathbb{R}[x]$  primitivní, pak  
 $f|g \text{ v } \mathbb{R}[x] \Leftrightarrow f|g \text{ v } \mathbb{Q}[x]$

Uvědomění:  $\mathbb{R}$  gaussovský obor,  $\mathbb{Q}$  jeho podillové těleso,  $f, g \in \mathbb{R}[x]$ , pak

(1)  $\text{NSD}_{\mathbb{R}[x]}(f, g)$  existuje a je rovna součinu  $c \cdot k$ , kde

$$c = \text{NSD}_{\mathbb{R}}(c(f), c(g)), \quad k = \text{NSD}_{\mathbb{Q}[x]}(\text{pp}(f), \text{pp}(g))$$

&  $k$  je primitivní v  $\mathbb{R}[x]$

přičemž  $c(f) = \text{NSD}(\text{koeficienty } f)$ ,  $\text{pp}(f) = \frac{1}{c(f)} \cdot f$

(2)  $f$  je ireducibilní v  $\mathbb{R}[x] \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \deg f = 0 & \& f \text{ je ireducibilní v } \mathbb{R} \\ \deg f > 0 & \& f \text{ je primitivní v } \mathbb{R}[x] \\ & \& f \text{ je ireducibilní v } \mathbb{Q}[x] \end{cases}$