Obor se nazývá **EUKLEIDOVSKÝ** pokud na něm existuje **EUKLEIDOVSKÁ NORMA**, tj. zobrazení $\nu: R \to \mathbb{N}_0$ t.ž.

(0) $\nu(0) = 0$

(1) $a \mid b \neq 0 \Rightarrow \nu(a) \leq \nu(b)$

(2) $\forall a, b \neq 0 \; \exists q, r \quad a = bq + r \;\&\; \nu(r) < \nu(b)$

EUKLEIDŮV ALGORITMUS: IN: $a, b \in R$, $\nu(a) \geq \nu(b)$

OUT: $c, u, v \in R$: $\mathrm{NSD}(a,b) = c = ua + vb$

$a_0 = a$, $(u_0, v_0) = (1, 0)$

$a_1 = b$, $(u_1, v_1) = (0, 1)$

pro $i = 2, 3, \ldots$

- zvol q, r t.ž. $a_{i-1} = a_i q + r$, $\nu(r) < \nu(a_i)$
- $a_{i+1} = r$, $(u_{i+1}, v_{i+1}) = (u_{i-1}, v_{i-1}) - q \cdot (u_i, v_i)$
- pokud $r = 0$, odpověz a_i, u_i, v_i

Věta: Eukleidovské obory jsou gaussovské.

IDEÁL v komut. okruhu R je podmnožina $\emptyset \neq I \subseteq R$ t. ž.

$$a, b \in I \Rightarrow a + b \in I$$

$$a \in I,\ r \in R \Rightarrow r \cdot a \in I$$

Příklad/Tvrzení/def.: Množiny $aR = \{a \cdot r : r \in R\} = \{u \in R : a \mid u\}$ jsou ideály v každém komut. okruhu R.

Říká se jim hlavní ideály.

def: **OBOR HLAVNÍCH IDEÁLŮ** je obor, kde jsou všechny ideály hlavní.

Věta: Eukleidovské obory jsou OHI.

Věta: OHI jsou gaussovské a platí v nich Bézoutova rovnost.

Př./Tvrzení: komut. okruh je těleso $\Leftrightarrow$ jediné ideály jsou $\underset{\{0\}}{\underset{\parallel}{0R}}, \underset{R}{\underset{\parallel}{1R}}$.