# Třinácté cvičení

4. ledna 2013

Ukážeme si, jak celkem snadno spočítat počet konfigurací různých „až na symetrie“. Symetrie nám bude vyjadřovat působení grupy $G$ na množinu konfigurací.

Burnsideovo lemma říká, že pokud je $G$ konečná grupa působící na množinu $X$, tak počet orbit tohoto působení je roven

$$\frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |\{x \in X : g(x) = x\}|.$$

**Příklad 1.** Grupa $GL(3, \mathbb{R})$ působí na prostor $\mathbb{R}^3$ běžným násobením vektoru maticí. Určete počet orbit tohoto působení. Co jsou pevné body působení pro matici $A$?

**Příklad 2.** Kolika způsoby lze sestavit ze 4 červených, 3 bílých a 2 modrých malých rovnostranných trojúhelníčků velký trojúhelník (o straně délky 3). Velký trojúhelník můžeme libovolně otáčet.

**Příklad 3.** Dětská stavebnice obsahuje devět totožných průhledných čtvercových destiček, na každé z nich je nakreslená šipka směřující ze středu destičky do středu jedné z hran. Kolika způsoby můžeme z takové stavebnice sestavit velký čtverec $3 \times 3$? Dvě sestavení jsou totožná, pokud jedno z druhého dostaneme otočením nebo převrácením.

**Příklad 4.** Kolika způsoby lze obarvit černou a bílou barvou políčka mřížky

a) $2 \times 2$,

b) $3 \times 3$,

c) $n \times n$,

pokud mřížku můžeme otáčet?

**Příklad 5.** Totéž jako výše, ale mřížku můžeme i obracet (je průhledná).

**Příklad 6.** Kolik existuje neisomorfních grafů na 4 vrcholech?