

### Cvičení 3. (vše grupy)

1. Najděte všechny homomorfismy a)  $\mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{Z}_n$ , b)  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \rightarrow \mathbb{Z}_4$ , c)  $\mathbb{Z}_4 \rightarrow \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ .
2. a) Je zobrazení  $\mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{C}^*$ ,  $a \mapsto i^a$  homomorfismus?  
b) Jak vypadají všechny homomorfismy  $\mathbb{Z}_n \rightarrow \mathbb{C}^*$  pro libovolné pevné  $n \in \mathbb{N}$ ?
3. Dokažte, že  $\mathbb{C}^* \simeq \mathbb{R}^+ \times \mathbf{S}$ , kde  $\mathbb{R}^+$  značí podgrupu  $\mathbb{R}^*$  sestávající z kladných čísel a  $\mathbf{S}$  značí podgrupu  $\mathbb{C}^*$  sestávající z čísel s absolutní hodnotou 1.
4. a) Najděte  $m \neq n$  taková, že  $\mathbb{Z}_m^* \simeq \mathbb{Z}_n^*$ .  
b) Existuje  $n$  takové, že  $\mathbb{Z}_n^*$  je izomorfní a)  $\mathbb{Z}_7$ , b)  $\mathbb{Z}_8$ , c)  $\mathbb{Z}_9$ ?
5. Najděte a) všechny endomorfismy grupy  $\mathbb{Q}$ , b) všechny spojité endomorfismy grupy  $\mathbb{R}$ , c) nějaký nespojitý endomorfismus grupy  $\mathbb{R}$ .