

Cvičení 11.

1. Reálné číslo $\gamma = \alpha - \frac{1}{\alpha}$, kde $\alpha = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}}$, je kořenem polynomu $x^3 + 3x - 2$. Vyjádřete γ^{-1} jako \mathbb{Q} -lineární kombinaci nezáporných mocnin prvku γ .
2. Určete počet prvků rozkladového nadtělesa polynomu $f(x) = 2x^4 + 1$ nad tělesem \mathbb{Z}_3 . V tomto nadtělese najděte inverz k nějakému kořenu polynomu f , který neleží v \mathbb{Z}_3 .
3. Najděte (až na \mathbb{Q} -izomorfismus) všechna kořenová nadtělesa a rozkladové nadtěleso polynomu $x^3 - 6x - 9$ nad \mathbb{Q} .
4. Nalezněte kořenové nadtěleso polynomu $x^5 - 4x - 2$ nad \mathbb{Q} .
5. Dokažte, že $\mathbb{Q}(\sqrt[5]{2}, e^{2\pi i/5})$ je rozkladové nadtěleso polynomu $x^5 - 2$ nad \mathbb{Q} . Spočtete jeho stupeň nad \mathbb{Q} .