

Třetí cvičení

26. října 2012

Příklad 1. Najděte všechna $x \in \mathbb{Z}$, pro která platí

a)

$$10x \equiv 6 \pmod{32}$$

$$3x \equiv 1 \pmod{5}$$

b)

$$13x \equiv 15 \pmod{27}$$

$$2x \equiv 1 \pmod{3}$$

c)

$$3x \equiv 11 \pmod{23}$$

$$5x \equiv 1 \pmod{15}$$

Příklad 2. Rozhodněte, zda je okruh s jednotkou, obor integrity či těleso:

a) $(\mathbb{Z}, +, -, \cdot, 0)$

b) $(\mathbb{Z}, +, -, *, 0)$, kde $x * y = 0$

c) $(\mathbb{R}[x, y, z], +, -, \cdot, 0)$ (polynomy ve třech proměnných)

d) Matice $n \times n$ nad \mathbb{R} s maticovým sčítáním, odčítáním a násobením (pro fixní $n \in \mathbb{N}$).

e) $(\mathbb{R}^3, +, -, \times, 0)$, kde \times je vektorové násobení, tj. $x \times y = \|x\| \cdot \|y\| \cdot \sin \theta \cdot n_{x,y}$

Příklad 3. Které prvky jsou invertibilní v oborech \mathbb{Z} , \mathbb{Z}_n , $\mathbb{Z}[i]$, $\mathbb{Z}[i\sqrt{2}]$, \mathbb{R} , $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{R}[[x]]$?