

Šesté cvičení

9. listopadu 2012

Prvek x oboru integrity je ireducibilní, pokud $x \neq 0$, x není invertibilní a kdykoli $y|x$, tak je y invertibilní nebo $x|y$. Příklad: Prvočísla (a minus prvočísla) v \mathbb{Z} .

Fakt: Pokud a je kořen polynomu $p(x)$, tak $x - a|p(x)$.

Příklad 1. Najděte v $\mathbb{Q}[[x]]$ inverzní prvek k $x + 1$.

Příklad 2. Je polynom $2x^3 + 4$ ireducibilní v oborech $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Z}_5[x]$?

Příklad 3. Najděte všechny ireducibilní polynomy

a) v oboru $\mathbb{C}[x]$,

b) v oboru $\mathbb{R}[x]$.

Příklad 4. Rozložte polynom $x^4 - x^2 - 2$ na součin ireducibilních prvků

a) v $\mathbb{C}[x]$,

b) v $\mathbb{Q}[x]$.

Příklad 5. Najděte všechny ireducibilní polynomy stupně nejvýše pět v $\mathbb{Z}_2[x]$.

Příklad 6. Rozhodněte, zda pro každé $a \in \mathbb{Q}$ je pravda, že pokud $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$ je ireducibilní, tak $f(x + a)$ je ireducibilní.