Domácí úlohy 5.

odevzdat do 25.3. 9:00

1. Nechť $\mathbb{C}_n$ je podgrupa grupy $\mathbb{C}^*$ sestávající z čísel z splňujících $z^n = 1$. Dokažte, že platí $\mathbb{C}^*/\mathbb{C}_n \simeq \mathbb{C}^*$.

2. Buď $\mathbf{Q}$ osmiprvková kvaternionová grupa.

a) Vypište její podgrupy a ověřte, že jsou všechny normální. (Přesto $\mathbf{Q}$ není abelovská.)

b) Všimněte si, že $\mathbf{Z}(\mathbf{Q}) = \{\pm 1\}$. Rozhodněte, zda je $\mathbf{Q}/\mathbf{Z}(\mathbf{Q})$ izomorfní grupě $\mathbb{Z}_4$ nebo grupě $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.

3. Uvažujte grupu $\mathbf{D}_{2n}$ symetrií pravidelného n-úhelníka pro *sudé* $n \geq 4$.

a) Dokažte, že středová symetrie (tj. otočení o 180 stupňů) generuje normální podgrupu, označme ji $\mathbf{N}$.

b) V závisosti na n rozhodněte, zda je grupa $\mathbf{D}_{2n}/\mathbf{N}$ abelovská.