Domácí úlohy 7.

odevzdat do 3.5. 10:40

1. (6 bodů) Dokažte, že R je Gröberova báze ideálu $I = \langle R \rangle$ právě tehdy, když $\langle lt(f) : f \in R \rangle = \langle lt(f) : f \in I \rangle$.

2. (4 body) Buď I, J ideály. Dokažte, že $V(I) \cap V(J) = V(I+J)$ a $V(I) \cup V(J) = V(IJ) = V(I \cap J)$. (Uvědomte si, že obecně neplatí $IJ = I \cap J$, ovšem platí $Rad(IJ) = Rad(I \cap J)$.)

3. (4 body) Na základě předchozího cvičení formulujte algoritmus, který pro dané algebraické množiny A, B a jejich algebraická vyjádření $A = V(f_1, \ldots, f_n)$ a $B = V(g_1, \ldots, g_m)$ spočte algebraické vyjádření $A \cap B$ a $A \cup B$.

4. (6 bodů) Formulujte úlohu o Gröbnerových bázích, která prokazuje *Simson-Wallaceovu větu* (Gröbnerovu bázi hledat nemusíte):
Buď ABC trojúhelník a P bod na kružnici opsané. Nechť K, L, M značí paty kolmic z bodu P na přímky AB, AC, BC. Pak body K, L, M leží na přímce.