

Časový limit je 90 minut. Všechna tvrzení, důkazy, výpočty atd. pečlivě formulujte a запиšte, včetně všech předpokladů. Výsledek početní úlohy musí být zřetelný. Minimální počet bodů k úspěšnému složení zkoušky je 30. Znamka bude určena podle celkového dojmu z testu, v případě nesouhlasu může následovat ústní zkoušení.

1. (10 bodů) Pečlivě formulujte odpovědi na následující otázky:
 - (a) Formulujte zobecněnou čínskou větu o zbytcích.
 - (b) Definujte Hammingovu vzdálenost a uveďte, jak souvisí s tím, kolik chyb opravuje, resp. detekuje, daný kód. Co přesně znamená, že kód opravuje k chyb?
2. (10 bodů) Dokažte, že v gaussovských oborech existují NSD všech dvojic prvků. Formulujte pečlivě všechna tvrzení, která používáte.
3. (10 bodů) Dokažte, že neexistuje těleso velikosti 18.
4. (10 bodů) Odpovězte následující otázky včetně stručného zdůvodnění:
 - (a) Je prvek $13 + 4i$ ireducibilní v $\mathbb{Z}[i]$?
 - (b) Najděte všechny racionální kořeny polynomu $2x^3 - x + 3 \in \mathbb{Z}[x]$.
5. (10 bodů) Najděte obecné řešení diferenční rovnice $a_{n+3} = a_{n+2} - 2a_n$ nad celými čísly.
6. (10 bodů) Spočtete $[x]^{12}$ v tělese $\mathbb{F}_{16} = \mathbb{Z}_2[x]/x^4 + x + 1$.