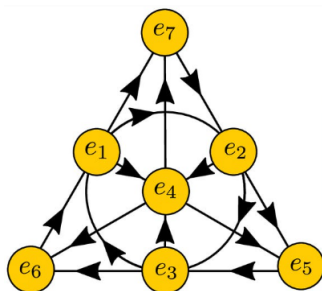


# Domácí úlohy 1.

do 11.4. 13:10

Úkoly odevzdávejte na prosemináři nebo je pošlete na email `david.stanovsky@matfyz.cuni.cz` v jednom souboru ve formátu `Prijmeni_cislosady.PDF` (čitelný sken v jednom souboru, na bílém pozadí bez tmavých okrajů). Uveďte také svoji přezdívku, pod kterou řešíte kahooty a pod kterou uvidíte výsledky na webu.

- (5 bodů) Najděte nekonečně mnoho kořenů polynomu  $x^2 + 1$  v oboru kvaternionů.
- (5 bodů) Řešte lineární rovnici  $(e_1 + e_3)x = e_7$  v oboru oktonionů. Pro počítání s imaginárními jednotkami využijte následující ohodnocenou Fanovu rovinu:



- (5 bodů) Uvažujte Hammingův  $(4, 7)$ -kód daný maticí

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(tj. kód vektoru  $v \in \mathbb{Z}_2^4$  je součin  $Av \in \mathbb{Z}_2^7$ ). Dostali jste zprávu

00100010011101001110110110111101100010100010011001100111

Předpokládejte, že v každé sedmici je nejvýše jedna chyba. Najděte původní zprávu.

- (5 bodů) Spočítejte všechny průsečíky křivky dané rovnicí

$$(x^2 - 1)(x - 1)^2 + (y^2 - 1)^2 = 0,$$

a přímky dané rovnicí  $y = 1$  v projektivní rovině  $\mathcal{P}^2(\mathbb{R})$ . Jak je možné, že nevyšla čtyři křížení? Má tato křivka nějaký bod v nekonečnu?

*Poznámka:* Tato křivka se nazývá "bicuspid curve" (v angličtině *cusp* znamená *hrot*). Najděte si ji na wikipedii nebo si ji nechte nakreslit Wolfram Alphou. Všimněte si, jak jim vykreslování kolem hrotů trochu selhává.

- (5 bodů) Realizujte grupu permutací tří prvků pomocí rotací v  $\mathbb{R}^3$  (přesněji: najděte v  $SO(3)$  grupu isomorfní  $S_3$ ).