

RELACE

Příklad 1. Necht' $A = \{1; 5; 10\}$. Určete kartézský součin $A \times A$.

Příklad 2. Necht' $A = \{\circ; \bullet; \diamond; \triangleleft\}$. Určete kartézský součin $A \times A$.

Příklad 3. Necht' $A = \{\bigcirc; \circ\}$. Napište všechny existující relace na množině A .

Příklad 4. Necht' relace ϱ na množině $A = \{a, b, c, d, e\}$ je následující množina:

$$\varrho = \{(a, a), (a, b), (d, d)\}.$$

Určete, zda je relace reflexivní, zda je symetrická a zda je tranzitivní.

Příklad 5. Necht' relace ϱ na množině $A = \{a, b, c, d\}$ je následující množina:

$$\varrho = \{(a, a), (a, b), (b, b), (b, c), (b, d), (c, c), (d, d)\}.$$

Určete, zda je relace reflexivní, zda je symetrická a zda je tranzitivní.

Příklad 6. Necht' relace ϱ na množině $A = \{*, \circ, \square\}$ je následující množina:

$$\varrho = \{(*, \square), (\square, \square), (\square, *)\}.$$

Určete, zda je relace reflexivní, zda je symetrická a zda je tranzitivní.

Příklad 7. Necht' relace ϱ na množině $A = \{1, 2, 3\}$ je následující množina:

$$\varrho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}.$$

Určete, zda je relace reflexivní, zda je symetrická a zda je tranzitivní.

Příklad 8. Necht' relace ϱ na množině $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ je následující množina:

$$\varrho = A \times A.$$

Určete, zda je relace reflexivní, zda je symetrická a zda je tranzitivní.

Příklad 9. Necht' relace ϱ na množině $A = \{\heartsuit, \clubsuit, \spadesuit\}$ je následující množina:

$$\varrho = \{(\clubsuit, \clubsuit), (\spadesuit, \clubsuit), (\spadesuit, \spadesuit), (\heartsuit, \spadesuit)\}.$$

K prvkům relace ϱ doplňte minimální počet prvků $A \times A$ tak, aby nově vzniklá relace $\bar{\varrho}$ byla tranzitivní.

Příklad 10. Necht' relace ϱ na množině $A = \{\heartsuit, \clubsuit, \diamond\}$ je následující množina:

$$\varrho = \{(\diamond, \clubsuit), (\heartsuit, \heartsuit), (\clubsuit, \diamond)\}.$$

K prvkům relace ϱ doplňte minimální počet prvků $A \times A$ tak, aby nově vzniklá relace $\bar{\varrho}$ byla současně reflexivní i symetrická.

Příklad 11. Necht' množina A je množina žijících lidí s českým občanstvím. Je relace $\sim$ „býti příbuzným“, která je definovaná vztahem:

$$a \sim b \text{ právě tehdy, když člověk } a \text{ je příbuzný člověka } b,$$

relací tranzitivní a symetrickou? (Pozn.: Uvažujeme, že člověk je příbuzný sám sebe.)

Příklad 12. Necht' množina A je množina lidí žijících na planetě Zemi. Je relace 🌸 „býti otcem“, která je definovaná vztahem:

$$a \text{ 🌸 } b \text{ právě tehdy, když člověk } a \text{ je otec člověka } b,$$

relací ekvivalence na množině A ?

Příklad 13. Necht' množina A je množina lidí žijících na planetě Zemi. Je relace $\approx$ „býti bratrem“, která je definovaná vztahem:

$$a \approx b \text{ právě tehdy, když člověk } b \text{ je bratr člověka } a,$$

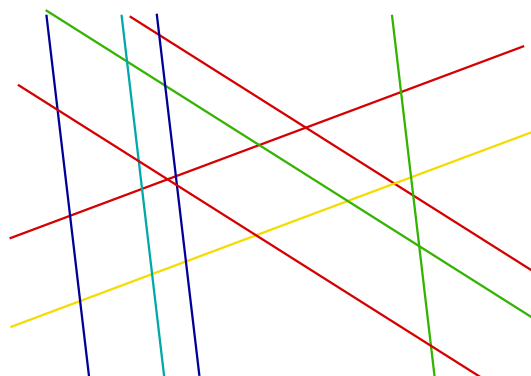
relací symetrickou a tranzitivní?

Příklad 14. Necht' množina A je množina lidí žijících na planetě Zemi. Je relace 🩸 „míti stejnou krevní skupinu“, která je definovaná vztahem:

$$a \text{ 🩸 } b \text{ právě tehdy, když člověk } a \text{ má stejnou krevní skupinu jako člověk } b,$$

relací ekvivalence na množině A ? Pokud ano, kolik disjunktních podmnožin (tzv. *tříd ekvivalence* 🩸) má disjunktní rozklad množiny A určený relací 🩸?

Příklad 15. Necht' množina A je množinou následujících přímk v rovině:



a) Nechť na množině A je dána relace $\parallel$ „býti rovnoběžná“ definovaná vztahem:

$a \parallel b$ právě tehdy, když přímka a je rovnoběžná s přímkou b .

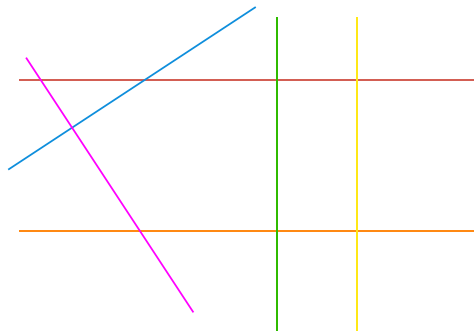
Je tato relace relací ekvivalence na množině A ? Pokud ano, kolik disjunktních podmnožin (tzv. tříd ekvivalence $\parallel$) má disjunktní rozklad množiny A určený relací $\parallel$?

b) Nechť na množině A je dána relace  „míti stejnou barvu“ definovaná vztahem:

$a \text{  } b$ právě tehdy, když přímka a má stejnou barvu jako přímka b .

Je tato relace relací ekvivalence na množině A ? Pokud ano, kolik disjunktních podmnožin (tzv. tříd ekvivalence ) má disjunktní rozklad množiny A určený relací ?

Příklad 16. Nechť množina A je množinou následujících přímek v rovině:



a) Nechť na množině A je dána relace $\perp$ „býti kolmá“ definovaná vztahem:

$a \perp b$ právě tehdy, když přímka a je kolmá k přímce b .

Je tato relace relací ekvivalence na množině A ? Pokud ano, kolik disjunktních podmnožin (tzv. tříd ekvivalence $\perp$) má disjunktní rozklad množiny A určený relací $\perp$?

b) Nechť na množině A je dána relace  „míti stejnou barvu“ definovaná vztahem:

$a \text{  } b$ právě tehdy, když přímka a má stejnou barvu jako přímka b .

Je tato relace relací ekvivalence na množině A ? Pokud ano, kolik disjunktních podmnožin (tzv. tříd ekvivalence ) má disjunktní rozklad množiny A určený relací ?

VÝSLEDKY:

Příklad 1. $A \times A = \{(1; 1), (1; 5), (1; 10), (5; 1), (5; 5), (5; 10), (10; 1), (10; 5), (10; 10)\}$

Příklad 2. $A \times A = \{(\circ; \circ), (\circ; \bullet), (\circ; \diamond), (\circ; \blacktriangleleft), (\bullet; \circ), (\bullet; \bullet), (\bullet; \diamond), (\bullet; \blacktriangleleft), (\diamond; \circ), (\diamond; \bullet), (\diamond; \diamond), (\diamond; \blacktriangleleft), (\blacktriangleleft; \circ), (\blacktriangleleft; \bullet), (\blacktriangleleft; \diamond), (\blacktriangleleft; \blacktriangleleft)\}$

Příklad 3.

$\varrho_1 = \emptyset,$
 $\varrho_2 = \{(\bigcirc, \bigcirc)\},$
 $\varrho_3 = \{(\bigcirc, \circ)\},$
 $\varrho_4 = \{(\circ, \bigcirc)\},$
 $\varrho_5 = \{(\circ, \circ)\},$
 $\varrho_6 = \{(\bigcirc, \bigcirc), (\bigcirc, \circ)\},$
 $\varrho_7 = \{(\bigcirc, \bigcirc), (\circ, \bigcirc)\},$
 $\varrho_8 = \{(\bigcirc, \bigcirc), (\circ, \circ)\},$
 $\varrho_9 = \{(\bigcirc, \circ), (\circ, \bigcirc)\},$
 $\varrho_{10} = \{(\bigcirc, \circ), (\circ, \circ)\},$
 $\varrho_{11} = \{(\circ, \bigcirc), (\circ, \circ)\},$
 $\varrho_{12} = \{(\bigcirc, \bigcirc), (\bigcirc, \circ), (\circ, \bigcirc)\},$
 $\varrho_{13} = \{(\bigcirc, \bigcirc), (\bigcirc, \circ), (\circ, \circ)\},$
 $\varrho_{14} = \{(\bigcirc, \bigcirc), (\circ, \bigcirc), (\circ, \circ)\},$
 $\varrho_{15} = \{(\bigcirc, \circ), (\circ, \bigcirc), (\circ, \circ)\},$
 $\varrho_{16} = A \times A = \{(\bigcirc, \bigcirc), (\bigcirc, \circ), (\circ, \bigcirc), (\circ, \circ)\}.$

Příklad 4. Relace ϱ není reflexivní, není symetrická, je tranzitivní.

Příklad 5. Relace ϱ je reflexivní, není symetrická, není tranzitivní.

Příklad 6. Relace ϱ není reflexivní, je symetrická, není tranzitivní.

Příklad 7. Relace ϱ je reflexivní, je symetrická, je tranzitivní.

Příklad 8. Relace ϱ je reflexivní, je symetrická, je tranzitivní.

Příklad 9. Přidaný prvek: $(\heartsuit, \clubsuit),$

tj. $\bar{\varrho} = \{(\clubsuit, \clubsuit), (\spadesuit, \clubsuit), (\spadesuit, \spadesuit), (\heartsuit, \spadesuit), (\heartsuit, \clubsuit)\}.$

Příklad 10. Přidané prvky: $(\clubsuit, \clubsuit), (\diamondsuit, \diamondsuit),$

tj. $\bar{\varrho} = \{(\diamondsuit, \clubsuit), (\heartsuit, \heartsuit), (\clubsuit, \diamondsuit), (\clubsuit, \clubsuit), (\diamondsuit, \diamondsuit)\}.$

Příklad 11. Relace $\sim$ je tranzitivní, je symetrická.

Příklad 12. Relace  není relací ekvivalence.

Příklad 13. Relace $\approx$ není symetrická, není tranzitivní.

Příklad 14. Ano. 4 třídy ekvivalence .

Příklad 15. a) Ano. 3 třídy ekvivalence $\parallel$.

b) Ano. 5 tříd ekvivalence .

Příklad 16. a) Ne.

b) Ano. 6 tříd ekvivalence .