

BINÁRNÍ OPERACE

Příklad 1.

Rozhodněte, zda jsou následující operace binárními operacemi na množině A .
(Pozn.: \mathbb{R}^+ značí kladná reálná čísla, \mathbb{R}_0^+ značí nezáporná reálná čísla)

a) $A = \mathbb{N}$; $a * b = 2a + 7b + 5$

b) $A = \mathbb{N}$; $a \circ b = a - b$

c) $A = \mathbb{C}$; $a * b = i(-i - ab)$

d) $A = \mathbb{R}_0^+$; $a \square b = a^2 - 2ab + b^2$

e) $A = \mathbb{Z}$; obyčejné dělení $\frac{a}{b}$

f) $A = \mathbb{R}^+$; $a \circ b = \log(a + b)$

g) $A = \{\emptyset; \{3\}; \{9\}; \{3; 9\}; \{1; 7\}; \{1; 3; 5; 7; 9\}\}$; obyčejné sjednocení množin $a \cup b$

h) $A = \{\{1\}; \{2\}; \{3\}; \{2; 3; 4\}\}$; obyčejný průnik množin $a \cap b$

i) $A = \{\emptyset; \{*\}; \{\circ\}; \{*, \circ\}; \{*, \circ, \bullet\}\}$; obyčejný průnik množin $a \cap b$

j) $A = \{\heartsuit; \spadesuit; \clubsuit\}$; operace \otimes je dána následující tabulkou

\otimes	\heartsuit	\spadesuit	\clubsuit
\heartsuit	\diamond	\clubsuit	\spadesuit
\spadesuit	\clubsuit	\diamond	\clubsuit
\clubsuit	\spadesuit	\diamond	\spadesuit

Příklad 2.

Na množině $M = \{a, b, c\}$ je dána binární operace \star tabulkou

\star	a	b	c
a	c	a	b
b	b	b	a
c	c	c	b

Určete

a) $(a \star b) \star (c \star a)$

b) $[a \star (b \star c)] \star a$

c) $[b \star (b \star c)] \star [(a \star b) \star (c \star a)]$

d) $[a \star (b \star c)] \star [a \star [(a \star b) \star (c \star a)]]$

Příklad 3.

Binární operace na množině A je dána tabulkou. Určete, zda je operace komutativní.

a) $A = \{\heartsuit; \spadesuit; \clubsuit; \diamondsuit\}$

\oplus	\heartsuit	\spadesuit	\clubsuit	\diamondsuit
\heartsuit	\diamondsuit	\heartsuit	\clubsuit	\heartsuit
\spadesuit	\heartsuit	\spadesuit	\clubsuit	\diamondsuit
\clubsuit	\clubsuit	\clubsuit	\heartsuit	\spadesuit
\diamondsuit	\heartsuit	\diamondsuit	\diamondsuit	\spadesuit

b) $A = \{3; 6; 9; 12; 15\}$

\ominus	3	6	9	12	15
3	3	15	6	12	12
6	12	12	3	3	3
9	15	3	9	9	9
12	12	3	9	6	9
15	12	6	9	9	3

Příklad 4.

Binární operace je dána tabulkou. Určete, zda je operace komutativní, zda existuje neutrální prvek a zda existují inverzní prvky.

a)

\circ	2	4	6	8	10
2	2	10	8	2	2
4	10	8	4	4	4
6	8	4	2	6	10
8	2	4	6	8	10
10	2	4	10	10	8

b)

\circ	\heartsuit	\spadesuit	\clubsuit	\diamondsuit
\heartsuit	\diamondsuit	\heartsuit	\clubsuit	\heartsuit
\spadesuit	\heartsuit	\spadesuit	\clubsuit	\diamondsuit
\clubsuit	\clubsuit	\clubsuit	\heartsuit	\spadesuit
\diamondsuit	\heartsuit	\diamondsuit	\diamondsuit	\spadesuit

c)

$*$	1	2	3	4	5	6
1	1	4	3	4	5	6
2	4	2	6	1	3	5
3	3	6	2	5	1	4
4	4	1	5	2	6	3
5	5	3	1	6	4	2
6	6	5	4	3	2	1

d)

$*$	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	1	3	5
3	3	6	2	5	1	4
4	4	1	5	2	6	3
5	5	3	1	6	4	2
6	6	5	4	3	2	1

Příklad 5.

Určete, zda pro binární operaci \star na množině reálných čísel \mathbb{R} platí zákony krácení zleva a zprava.

a) \star je obyčejné sčítání $a + b$

b) $a \star b = \min \{a, b\}$

Příklad 6.

Rozhodněte, zda jsou následující operace binárními operacemi na množině A .

a) $A = \mathbb{Z}; a \odot b = -3(a - b)$

b) $A = \mathbb{N}; a * b = a(-b)$

c) $A = \mathbb{N}; a \circ b = a^b$

d) $A = \mathbb{Z}; a \triangle b = \sqrt{ab}$

e) $A = \mathbb{R}^+; a \bullet b = -a^b + a - b$

Příklad 7. Necht' $a \cup b$, resp. $a \cap b$ značí „obyčejné“ sjednocení, resp. „obyčejný“ průnik dvou množin a a b . Rozhodněte, zda jsou operace \cup , resp. \cap binárními operacemi na množině A .

a) $A = \{\emptyset; \{3\}; \{5\}; \{3, 5\}\}; a \cup b$

b) $A = \{\emptyset; \{2; 4; 8; 16; 32\}\}; a \cup b$

c) $A = \{\emptyset; \{10\}, \{20\}, \{10, 20, 30\}\}; a \cap b$

d) $A = \{\emptyset; \{8\}, \{18\}, \{88\}, \{18, 88; 888\}\}; a \cup b$

e) $A = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}; a \cap b$

VÝSLEDKY:

Příklad 1.

a) ano, b) ne, c) ano, d) ano, e) ne, f) ne, g) ne, h) ne, i) ano, j) ne

Příklad 2.

a) b , b) c , c) b , d) c

Příklad 3.

- a) \oplus není komutativní b) \ominus není komutativní

Příklad 4.

- a) \circ je komutativní
 neutrální prvek: 8
 inverzní prvky: $2^{-1} = 6$
 $4^{-1} = 4$
 $6^{-1} = 2$
 $8^{-1} = 8$
 $10^{-1} = 10$

- b) \circ není komutativní
 neutrální prvek: \spadesuit
 inverzní prvky: \heartsuit^{-1} neexistuje
 $\spadesuit^{-1} = \spadesuit$
 \clubsuit^{-1} neexistuje
 $\diamondsuit^{-1} = \diamondsuit$

- c) $*$ je komutativní
 neutrální prvek: neexistuje \Rightarrow neexistují prvky inverzní

- d) $*$ je komutativní
 neutrální prvek: 1
 inverzní prvky: $1^{-1} = 1$
 $2^{-1} = 4$
 $3^{-1} = 5$
 $4^{-1} = 2$
 $5^{-1} = 3$
 $6^{-1} = 6$

Příklad 5.

- a) platí zákon krácení zprava i zleva
 b) neplatí ani zákon krácení zprava ani zákon krácení zleva

Příklad 6.

- a) ano, b) ne, c) ano, d) ne, e) ne

Příklad 7.

- a) ano, b) ano, c) ano, d) ne, e) ne