

TĚLESA, POLE

Příklad 1. Rozhodněte, zda množina \mathbb{N} všech přirozených čísel spolu s jejich obvyklým sčítáním a násobením tvoří těleso.

Příklad 2. Rozhodněte, zda množina \mathbb{Z} všech celých čísel spolu s jejich obvyklým sčítáním a násobením tvoří pole.

Příklad 3. Rozhodněte, zda množina \mathbb{Q} všech racionálních čísel spolu s jejich obvyklým sčítáním a násobením tvoří těleso.

Příklad 4. Rozhodněte, zda množina \mathbb{I} všech iracionálních čísel spolu s jejich obvyklým sčítáním a násobením tvoří těleso.

Příklad 5. Rozhodněte, zda množina \mathbb{R} všech reálných čísel spolu s jejich obvyklým sčítáním a násobením tvoří pole.

Příklad 6. Rozhodněte, zda množina \mathbb{C} všech komplexních čísel spolu s jejich obvyklým sčítáním a násobením tvoří pole.

Příklad 7. Rozhodněte, zda množina \mathbb{H} všech kvaternionů spolu s jejich obvyklým sčítáním a násobením tvoří pole.

Příklad 8. Uvažujme množinu \mathbb{R} všech reálných čísel a jedno pevně zvolené nenulové reálné číslo r . Necht' binární operace $*$ a \bowtie na množině \mathbb{R} jsou dány takto:

$$a * b = a + b + \frac{1}{r} \qquad a \bowtie b = a + b + abr.$$

Určete, zda množina \mathbb{R} reálných čísel spolu s operacemi $*$ a \bowtie tvoří pole.

Příklad 9. Uvažujme množinu $A = \{\square, \diamond, \circ, \triangle\}$. Necht' binární operace \bullet a \circ na množině A jsou dány následujícími tabulkami:

\bullet	\square	\circ	\diamond	\triangle
\square	\square	\circ	\diamond	\triangle
\circ	\circ	\square	\triangle	\diamond
\diamond	\diamond	\triangle	\circ	\square
\triangle	\triangle	\diamond	\square	\circ

\circ	\square	\circ	\diamond	\triangle
\square	\square	\square	\square	\square
\circ	\square	\square	\circ	\circ
\diamond	\square	\circ	\diamond	\triangle
\triangle	\square	\circ	\triangle	\diamond

Určete, zda množina A spolu s operacemi \bullet a \circ tvoří pole.

Příklad 10. Uvažujme množinu $A = \{1, 2, 3\}$. Necht' binární operace \star a Δ na množině A jsou dány následujícími tabulkami:

\star	1	2	3
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1
Δ	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	3
3	1	3	2

Určete, zda množina A spolu s operacemi \star a Δ tvoří pole.

VÝSLEDKY:

Příklad 1. ne

Příklad 2. ne

Příklad 3. ano

Příklad 4. ne

Příklad 5. ano

Příklad 6. ano

Příklad 7. ne

Příklad 8. ano

Příklad 9. ne

Příklad 10. ne