

## PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ I (Determinanty)

**Příklad 1.** Vypočítejte následující determinant nad polem komplexních čísel  $\mathbb{C}$ :

$$\begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 & i & \sqrt{2} \\ 5 & 2 & 3 & i & 0 \\ 5 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

**Příklad 2.** Vypočítejte následující determinant nad polem reálných čísel  $\mathbb{R}$ :

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

**Příklad 3. Pomocí determinantů** vypočítejte inverzní matici k matici  $A$  nad polem reálných čísel  $\mathbb{R}$ :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 4. Pomocí Cramerova pravidla** vypočítejte následující soustavu lineárních rovnic nad polem reálných čísel  $\mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} -x & - y - 3z = 0, \\ & 2y - z = 3, \\ 3x & + 4z = 2. \end{aligned}$$

**Příklad 5.** Vypočítejte následující determinant nad okruhem celých čísel  $\mathbb{Z}$ :

$$\begin{vmatrix} 5 & 8 & 6 & 4 & 2 \\ 5 & 5 & 6 & 4 & 2 \\ 5 & 5 & 5 & 4 & 2 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 2 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}.$$

**Příklad 6.** Vypočítejte následující determinant nad polem reálných čísel  $\mathbb{R}$ :

$$\begin{vmatrix} a+5 & 10 & 0 & 0 \\ b+5 & 10 & 1 & -2 \\ c+5 & 10 & 0 & 5 \\ d+5 & 10 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

**Příklad 7. Podle definice** vypočítejte následující determinant nad polem komplexních čísel  $\mathbb{C}$ :

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 2^{33} \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ i & 3 & \sqrt{5} & 15i \\ 82 & 0 & 3 & 2+2i \end{vmatrix}.$$

**Příklad 8. Podle definice** determinantu zjistěte koeficienty u  $x^3$  v polynomu

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & x \\ x & x & 2 \\ -5 & -2 & x \end{vmatrix}.$$

VÝSLEDKY:

**Příklad 1.**  $30\sqrt{2}i$

**Příklad 2.**  $-24$

**Příklad 3.**

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 3 & 3 & -2 \\ -1 & -\frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

**Příklad 4.**  $(2, 1, -1)$

**Příklad 5.**  $45$

**Příklad 6.**  $100a - 50b - 50d$

**Příklad 7.**  $81$

**Příklad 8.** Polynom neobsahuje člen  $x^3$ , tj. koeficient u  $x^3$  je 0.