

## PODOBNOST, JORDANŮV KANONICKÝ TVAR (úvod)

**Příklad 1.** Napište Jordanův kanonický tvar  $J$  matice  $A$  nad polem reálných čísel  $\mathbb{R}$ , víte-li, že matice  $A$  je

- řádu 3
- má právě jedno vlastní číslo 2
- násobnost vlastního čísla 2 je tři
- k vlastnímu číslu 2 přísluší dva lineárně nezávislé vlastní vektory

**Příklad 2.** Napište Jordanův kanonický tvar  $J$  matice  $B$  nad polem komplexních čísel  $\mathbb{C}$ , víte-li, že matice  $B$  je

- řádu 4
- má právě dvě vlastní čísla, a to 3 a 5
- násobnost vlastního čísla 3 i vlastního čísla 5 je dva
- k vlastnímu číslu 3 přísluší jeden lineárně nezávislý vlastní vektor, k vlastnímu číslu 5 přísluší dva lineárně nezávislé vlastní vektory

**Příklad 3.** Napište Jordanův kanonický tvar  $J$  matice  $C$  nad polem komplexních čísel  $\mathbb{C}$ , víte-li, že matice  $B$  je

- řádu 6
- má právě tři vlastní čísla, a to  $-3$ ,  $4$ ,  $i$
- násobnost vlastního čísla  $-3$  je tři, násobnost vlastního čísla  $4$  je dva
- k vlastnímu číslu  $-3$  přísluší tři lineárně nezávislé vlastní vektory
- Jordanův kanonický tvar  $J$  matice  $C$  není diagonální matice

**Příklad 4.** Napište Jordanův kanonický tvar  $J$  matice  $D$  nad polem reálných čísel  $\mathbb{R}$ , víte-li, že matice  $D$  je

- řádu 7
- má právě tři vlastní čísla, a to  $-3$ ,  $4$ ,  $1$
- násobnost vlastního čísla  $-3$  je dva, násobnost vlastního čísla  $4$  je dva
- k vlastnímu číslu  $-3$  přísluší jeden lineárně nezávislý vlastní vektor, k vlastnímu číslu  $4$  přísluší dva lineárně nezávislé vlastní vektory, k vlastnímu číslu  $1$  přísluší jeden lineárně nezávislý vlastní vektor

**Příklad 5.** Charakteristický polynom matice  $A$  řádu 5 je  $(\lambda - 5)^2(\lambda + 8)^3$ . Existuje Jordanův kanonický tvar matice  $A$ , je-li tato matice maticí

- a) nad polem komplexních čísel  $\mathbb{C}$ ,
- b) nad polem reálných čísel  $\mathbb{R}$ ,
- c) nad polem racionálních čísel  $\mathbb{Q}$ ?

**Příklad 6.** Charakteristický polynom matice  $A$  řádu 3 je  $\lambda(\lambda^2 + 4)$ . Existuje Jordanův kanonický tvar matice  $A$ , je-li tato matice maticí

- a) nad polem komplexních čísel  $\mathbb{C}$ ,
- b) nad polem reálných čísel  $\mathbb{R}$ ,
- c) nad polem racionálních čísel  $\mathbb{Q}$ ?

**Příklad 7.** Charakteristický polynom matice  $A$  řádu 4 je  $(\lambda - 1)^2(\lambda^2 - 2)$ . Existuje Jordanův kanonický tvar matice  $A$ , je-li tato matice maticí

- a) nad polem komplexních čísel  $\mathbb{C}$ ,
- b) nad polem reálných čísel  $\mathbb{R}$ ,
- c) nad polem racionálních čísel  $\mathbb{Q}$ ?

**Příklad 8.** Charakteristický i minimální polynom matice  $A$  nad polem komplexních čísel  $\mathbb{C}$  řádu 3 je  $(\lambda - 2)^2(\lambda + 1)$ . Je matice  $A$  diagonalizovatelná?

**Příklad 9.** Charakteristický polynom matice  $A$  nad polem komplexních čísel  $\mathbb{C}$  řádu 3 je  $(\lambda + 1)(\lambda - 2)(\lambda - 7)$ . Je matice  $A$  diagonalizovatelná?

**Příklad 10.** Charakteristický polynom matice  $A$  nad polem komplexních čísel  $\mathbb{C}$  řádu 5 je  $(\lambda - 2)^3(\lambda - 8)^2$ , minimální polynom této matice je  $(\lambda - 2)^2(\lambda - 8)$ . Je matice  $A$  diagonalizovatelná?

**Příklad 11.** Matice  $A$  nad polem komplexních čísel  $\mathbb{C}$  je řádu 5. Je tato matice diagonalizovatelná, jestliže jí (ke všem vlastním číslům dohromady) přísluší

- a) 5 lineárně nezávislých vlastních vektorů,
- b) 4 lineárně nezávislé vlastní vektory?

VÝSLEDKY:

**Příklad 1.**

$$J = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

**Příklad 2.**

$$J = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

**Příklad 3.**

$$J = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i \end{pmatrix}$$

**Příklad 4.**

• buď je násobnost vlastního čísla 1 tři a Jordanův kanonický tvar

$$J = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

• nebo je násobnost vlastního čísla 1 jedna (zbývající dva **kořeny** charakteristického polynomu (**nikoliv vlastní čísla matice!!!**) jsou komplexně sdružená čísla), ale poté Jordanův kanonický tvar  $J$  matice  $D$  nad polem reálných čísel  $\mathbb{R}$  neexistuje

**Příklad 5.** a) ano, b) ano, c) ano

**Příklad 6.** a) ano, b) ne, c) ne

**Příklad 7.** a) ano, b) ano, c) ne

**Příklad 8.** ne

**Příklad 9.** ano

**Příklad 10.** ne

**Příklad 11.** a) ano, b) ne