

ALGEBRA I (NMAG 201) – DOMÁCÍ ÚLOHY 12

Termín odevzdání: 12. 1. 2015 do 19:00 hod.

- (1) Pro dané $n \in \mathbb{N}$ označme jako $\mathbf{SL}_n(\mathbb{R})$ množinu všech reálných matic velikosti $n \times n$ s determinantem 1. Ukažte, že $\mathbf{SL}_n(\mathbb{R})$ spolu s operací násobení matic tvoří grupu. Co jsou potom operace inverzního prvku a co je neutrální prvek? Dále určete všechny možné řády prvků $\mathbf{SL}_n(\mathbb{R})$. Vše zdůvodněte.

(5 bodů)

- (2) Rozhodněte, je-li grupa $(\mathbb{Z}_{17}^*, \cdot, {}^{-1}, 1)$ cyklická. Pokud ano, najděte její generátor. Odpověď řádně zdůvodněte.

(5 bodů)

- (3) Kolik prvků kterého řádu obsahují grupy $(\mathbb{Z}_{16}, +, -, 0)$, $(\mathbb{Z}_{16}^*, \cdot, {}^{-1}, 1)$ a $(\mathbf{A}_4, \circ, {}^{-1}, \text{id})$? V posledním případě jde o alternující grupu na 4 prvcích. Odpovědi zdůvodněte.

(5 bodů)