ALGEBRA I (NMAG 201) – DOMÁCÍ ÚLOHY 5

Termín odevzdání: 10. 11. 2014 do 19:00 hod.

(1) Najděte v $\mathbb{Z}_2[x]$ všechny ireducibilní polynomy stupně 4 a ukažte, že žádné jiné neexistují.

(5 bodů)

(2) Jakou přesně podmínku musí splňovat přirozená čísla m a n, aby v $\mathbb{Q}[x]$ polynom $x^m - 1$ dělil $x^n - 1$? Zdůvodněte. Návod: Použijte dělení se zbytkem.

(5 bodů)

(3) Najděte v $\mathbb{Z}_{13}[x]$ nenulový polynom f co nejmenšího stupně takový, aby prvek 2 byl kořenem, prvek 3 byl dvojnásobným kořenem a $f(1) = f(4)$. Dokažte, že nenulový polynom menšího stupně splňující tyto podmínky neexistuje.

(5 bodů)