

ALGEBRA I (NMAG 201) – DOMÁCÍ ÚLOHY 7

Termín odevzdání: 24. 11. 2014 do 19:00 hod.

- (1) Uvažujte následující částečně uspořádané množiny:
- (a) množinu všech podmnožin množiny $\{1, 2, 3\}$ s uspořádáním inkluzí,
 - (b) množinu přirozených čísel $\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ s uspořádáním dělitelností.

V obou případech zakreslete Hasseův diagram a ukažte, že jde o svazy.

(3 body)

- (2) Ukažte, že $2 \cdot 2$ a $(1 + \sqrt{5}) \cdot (-1 + \sqrt{5})$ jsou v $\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$ dva rozklady čísla 4 na součin ireducibilních prvků. Ukažte dále, že žádné dva z prvků $2, (1 + \sqrt{5}), (-1 + \sqrt{5})$ nejsou asociované. To jest, rozklad na ireducibilní prvky v okruhu $\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$ není jednoznačný.

(6 bodů)

- (3) Vezměme množinu T všech polynomů nad \mathbb{Z}_2 stupně nejvýše 7 spolu s operacemi sčítání a násobení modulo polynom $x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$. Najděte v T multiplikativní inverzi prvků x a $x^5 + x^3 + 1$.

(6 bodů)